

# TOPLINSKA I ELEKTRIČNA VODLJIVOST METALA

---

Kurbašić, Azra

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2021**

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Physics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za fiziku**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:160:803435>

Rights / Prava: [In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-05-04**



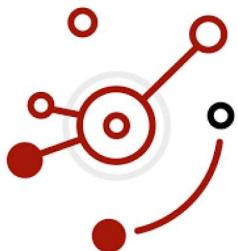
Repository / Repozitorij:

[Repository of Department of Physics in Osijek](#)



**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU**

**ODJEL ZA FIZIKU**



**AZRA KURBAŠIĆ**

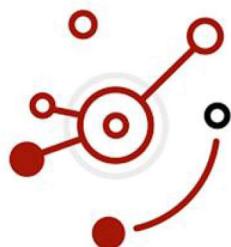
**TOPLINSKA I ELEKTRIČNA VODLJIVOST METALA**

**Diplomski rad**

**Osijek, 2021.**

**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU**

**ODJEL ZA FIZIKU**



**AZRA KURBAŠIĆ**

**TOPLINSKA I ELEKTRIČNA VODLJIVOST METALA**

**Diplomski rad**

Predložen Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku radi stjecanja  
akademskog naziva MAGISTRA EDUKACIJE FIZIKE I INFORMATIKE

**Osijek, 2021.**

**„Ovaj diplomički rad je izrađen pod vodstvom doc. dr. sc. Marine Poje Sovilj i izv. prof. dr. sc. Vanje Radolića u sklopu Sveučilišnog diplomskog studija Fizika i informatika na Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku“.**

## **ZAHVALE**

*Veliku zahvalnost dugujem svojoj mentorici, doc. dr. sc. Marini Poje Sovilj na iskazanom povjerenju i pomoći koju mi je pružila te svojom susretljivošću pridonijela ugodnoj atmosferi i suradnji tijekom pisanja ovog diplomskog rada.*

*Također se zahvaljujem i komentoru, izv. prof. dr. sc. Vanji Radoliću.*

*Zahvaljujem se svojim roditeljima i sestri koji su imali puno strpljenja, podrške i vjere u mene tijekom cijelog studija.*

*Zahvaljujem se i Dini koji mi je na pruženoj potpori olakšao studentske dane da ih provedem sa što manje briga.*

## SADRŽAJ

1. UVOD .....	1
2. POVIJEST .....	2
3. TOPLINSKA I ELEKTRIČNA VODLJIVOST METALA .....	5
3.1. TOPLINSKA VODLJIVOST METALA .....	5
3.1.2. SPECIFIČNI TOPLINSKI KAPACITET .....	6
3.1.3. PRIJENOS TOPLINE .....	6
3.1.4. KONDUKCIJA .....	7
3.1.5. FOURIEROV ZAKON TOPLINSKE VODLJIVOSTI .....	8
3.2. ELEKTRIČNA VODLJIVOST .....	10
3.3. WIEDEMANN-FRANZOV ZAKON .....	11
3.3.4. SPEARMANOV KOEFICIJENT KORELACIJE .....	12
4.1. TOPLINSKA VODLJIVOST METALA .....	14
4.2. ELEKTRIČNA VODLJIVOST METALA .....	29
4.3. WIEDEMANN-FRANZOV ZAKON .....	38
4.4. STATISTIČKA ANALIZA (SPEARMANOV KOEFICIJENT KORELACIJE) .....	39
5. METODIČKA OBRADA .....	39
6. ZAKLJUČAK .....	52
7. LITERATURA .....	53

## **TOPLINSKA I ELEKTRIČNA VODLJIVOST METALA**

**AZRA KURBAŠIĆ**

### **SAŽETAK**

U ovom diplomskom radu su opisane toplinska i električna vodljivost metala. Početni dio obuhvaća povijesni pregled o toplini i elektricitetu. U teorijskom dijelu rada opisani su pojmovi temperatura, specifični toplinski kapacitet te načini prijenosa topline. Naglasak je stavljen na pojam kondukcija te se na temelju pojma kondukcije dolazi do izraza za Fourierov zakon provođenja topline u čvrstim tijelima. Na temelju Fourierovog zakona provođenja topline moguće je odrediti toplinsku vodljivost metala. Sljedeći pojam koji se opisuje je električna vodljivost metala. Da bi se opisala električna vodljivost metala opisuje se Ohmov zakon i definira električna otpornost. Središnji dio rada posvećen je eksperimentima u kojima se određuje toplinska i električna vodljivost metala. U završnom dijelu priložena je priprema za izvođenje eksperimenta na dodatnoj nastavi iz predmeta Fizika.

(54 stranice, 11 slika, 20 literturna navoda)

**Ključne riječi:** specifični toplinski kapacitet, toplinski kapacitet, toplinska vodljivost, električna vodljivost, napon, električna struja

**Mentorica:** doc. dr. sc. Marina Poje Sovilj

**Komentor:** izv. prof. dr. sc. Vanja Radolić

**Ocenjivači:** doc. dr. sc. Denis Stanić; doc. dr. sc. Marina Poje Sovilj, izv. prof. dr. sc. Vanja Radolić; mr. sc. Slavko Petrinšak

**Rad prihvaćen:** 23. prosinca 2021.

## **THERMAL AND ELECTRICAL CONDUCTIVITY OF METALS**

**AZRA KURBAŠIĆ**

### **ABSTRACT**

This master's thesis examines the thermal and electrical conductivity of metals. Thesis is divided into two parts, theoretical and experimental. Theoretical part starts with a brief historical overview of heat and electricity. In order to define thermal conductivity of metals terms temperature, specific heat capacity are introduced along with the ways in which heat can be transferred. Thermal conductivity of metals is calculated using Fourier's law. Electrical conductivity of metals is defined using Ohm's law and electrical resistance. Practical part of the thesis describes an experiment which is used to determine heat and electrical conductivity of metals. At the end the thesis contains a guide for doing an experiment in physics class.

(54 pages, 11 figures, 20 references)

**Keywords:** specific heat capacity, heat capacity, thermal conductivity, electrical conductivity, voltage, electrical current

**Supervisor:** Marina Poje Sovilj, PhD, Assistant Professor

**Co-Supervisor:** Vanja Radolić, PhD, Associate Professor

**Reviewers:** Denis Stanić, PhD; Marina Poje Sovilj, PhD; Vanja Radolić, PhD; Slavko Petrinšak, MSc

**Thesis accepted:** December 23, 2021

## 1. UVOD

Toplinska vodljivost metala može se odrediti na temelju dva procesa: stacionarni procesi i ne stacionarni procesi. Stacionarni procesi su procesi kod kojeg se temperatura tijela ne mijenja tijekom nekog vremenskog intervala, odnosno temperaturni gradijent je konstantan dok su ne stacionarni procesi kod kojih se temperatura tijekom vremenskog intervala mijenja, odnosno dolazi do promjene temperaturnog gradijenta. Govoreći o prijenosu topline, toplina spontano prelazi s područja više na područje niže temperature dok se ne uspostavi toplinska ravnoteža. Istražujući o prijenosima topline, konkretno proučavajući kondukciju, Fourier je došao do izraza za toplinsku vodljivost metala. U Fourierovom izrazu na temelju koeficijenta toplinske vodljivosti određuje se toplinska vodljivost metala. Što je veći toplinski koeficijent tijelo bolje provodi toplinu te se, na temelju toga, eksperimentom može zaključiti koje tijelo bolje provodi toplinu.

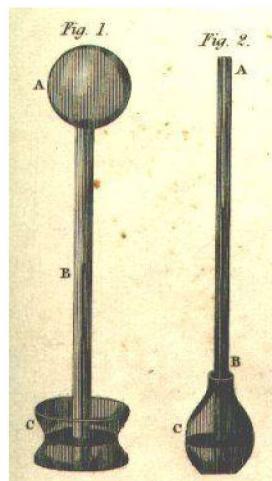
Električna vodljivost temelji se na prolazu slobodnih elektrona kroz metal. 1900. godine Drude je izveo Ohmov zakon gdje je pokazao da je gustoća električne struje proporcionalna električnom polju, a koeficijent proporcionalnosti je električna vodljivost. Što je veća električna vodljivost to materijal bolje provodi elektricitet.

U metalima, toplinska i električna vodljivost povezuje se pomoću Wiedemann-Franzovog zakona. Zakon ukazuje na povezanost između električne i toplinske vodljivosti, a tu poveznici čine elektroni u gibanju.

Svrha ovog diplomskog rada je pokazati kako aluminijska i bakrena šipka vode toplinu, odnosno električnu struju. Izvođenje ovog eksperimenta na dodatnoj nastavi doprinosi proširenju znanja učenika iz područja fizike. Cilj ovog diplomskog rada je da se uoči razlika između materijala kod kojih se proučava toplinska i električna vodljivost.

## 2. POVIJEST

U želji za točnim određivanjem temperature tijela Galileo Galilei je 1620. godine izumio prvi termometar, odnosno termoskop sa zrakom. Termoskop se sastojao od staklene kugle ispunjene zrakom na koju se, s donje strane, nadovezala staklena cijev. Staklena cijev bila je uronjena u vodu. Kada se zrak zagrijavao potiskivao je vodu u cijevi prema gore. Termometar nije bio točan jer je na volumen zraka osim temperature utjecao i atmosferski tlak.



Slika 1: Termoskop sa zrakom [1]

Znanost o toplini svoj razvoj započinje u 18. stoljeću kada je 1702. godine Giome Amontons (1663. -1705.) poboljšao Galilejev termoskop i izradio plinski termometar. Mjereći visinu stupca vode koja se nalazila u tankoj cijevi i koja se nastavljala na rezervoar zraka, određivala se temperatura. Zagrijavanjem zraka potiskivala se voda u cijev. Na temelju pokusa pretpostavio je da postoji najniža temperatura. Gabriel Fahrenheit (1686. -1736.) je 1714. godine izumio termometar sa živom koji je imao stalne osnovne točke. Točku ledišta vode označio je sa  $32^{\circ}\text{F}$ , a točku vrelišta  $212^{\circ}\text{F}$ . Anders Celsius (1701.-1744.) napravio je provjeru termometra koju je osmislio René Réaumur. Réaumur je predložio termometar sa stalnom nul-točkom koja odgovara ledištu vode, dok je druga bila vrelište vode na  $80^{\circ}$ . Celsius je 1742. godine otkrio da vrenje ovisi o barometarskom tlaku. Tada je izumio termometar koji je danas svima poznat. Skala je podijeljena na 100 jednakih dijelova, ali je prvobitno stavio da je temperatura vrelišta na  $0^{\circ}\text{C}$ , a ledišta na  $100^{\circ}\text{C}$ . Carl Linne (1707.-1778.) je kasnije te oznake zamijenio [2]. Joseph Black (1728.-1799.) osim što se bavio kemijom svoju pažnju je usmjerio

i na fiziku pa je u tom području između ostalog otkrio latentnu toplinu. Njegov rad doveo je do razvoja kalorimetrije.

Veliki napredak u razvoju znanosti o toplini pridonijelo je istraživanje o provođenju topline kroz čvrsta tijela, a za to je zaslužan Johann Heinrich Lambert (1728.-1777.). Smatrao je da se toplina gubi prilikom prolaska kroz štap. Ispravio je mišljenje Guillaumea Amontsona koji je rekao da se toplina širi linearno kroz štap, no Lambert je pokazao da se temperatura smanjuje logaritamski. Lambertova istraživanja pridonijela su Fourierovom istraživanju. Jean Baptiste Joseph Fouriere (1768.-1830.) proučavao je provođenje topline kroz štap. Izraz do kojeg je došao i danas se koristi.

Istraživanja o električnoj vodljivosti započinje u 18. stoljeću i nastavlja se sve do početka 19. stoljeća.

Englez Stephan Gray (1670.-1736.) učinio je veliki napredak u proučavanju elektriciteta. 1729. godine provodi pokus gdje elektrizirana tijela dodiruje metalnim predmetima i uočava da ti predmeti postaju nanelektrizirani. Otkriva pojavu vođenja elektriciteta te pokazuje da tijelo zadržava električna svojstva u slučaju da je izolirano. Na temelju gibanja elektriciteta kroz metale došao je do suvremene podjеле tijela na vodiče i izolatore. U uporabu je uveo pojam „električni fluid“. Uspoređivao je elektricitet s toplinskim fluidom te uočio da se oba mogu dobiti trenjem. Brojnim pokusima pronalazi razlike između toplinskog i električnog fluida. Električni fluid se rasprostire samo na površini vodiča dok se toplinski fluid rasprostire po cijelom tijelu. Zaključio je da električni fluid postoji neovisno o toplinskem fluidu [2]. Zainteresiran za Grayeve pokuse, Charles du Fay (1698.-1739.) daje prvu teoriju električnih pojava. Uočio je da se dva elektrizirana komadića smole i dva staklena štapa odbijaju. No, kada se trljanjem nanelektrizira komadić smole i stakleni štap te se približe jedno drugome, dolazi do privlačenja. Du Fay je zaključio da postoje dvije vrste elektriciteta, pozitivan i negativan. Tijela istoimenog naboja se odbijaju, a raznoimenog naboja se privlače [2].

Najpoznatijem istraživačem elektriciteta u 18. stoljeću se smatra Benjamin Franklin (1706.-1790.). Svojim je eksperimentima otvorio put za razumijevanje električnih pojava. Franklin je vjerovao da je elektricitet jedinstveni fluid, pa njegovu teoriju nazivamo jednofluidna teorija. Smatrao je da se „električna vatra“ nalazi u tijelu i da prije elektriziranja nema ni višak ni manjak električnog fluida. Ako tijelo ima više „električne vatre“ tada je tijelo električki pozitivno, a ako se nalazi manje, onda je negativno [3]. Elektricitet prelazi s tijela koje ima više fluida na tijelo koje ima manje sve dok se elektricitet ne izjednači. U njegovoј

teoriji elektricitet se ne može uništiti niti stvoriti već samo preraspodijeliti. Njegova najvažnija ispitivanja posvećena su elektricitetu u atmosferi, a 1752. godine doživio je vrhunac u slavnom pokusu sa zmajem. Želio je dokazati kako je munja električna iskra. Franklin je pustio zmaja na dugoj žičanoj niti da odleti u olujne oblake. Drugi kraj niti je svezao za kondenzator. Franklin je potvrdio svoju teoriju jer se kondenzator doista nabio elektricitetom. Na temelju tog pokusa, konstruirao je gromobran.

Broj istraživanje elektriciteta naglo je poraslo u vrijeme Luigija Galvanija (1737.-1798.). Prema legendi, 1780. godine Galvani je za ručak objedovao žablje krake. Njegova supruga slučajno je dotaknula žablji krak koji se trgnuo. Kada je to Galvani ugledao, uzviknuo je: „Ženo, učinio sam veliko otkriće. Našao sam životinjski elektricitet, izvor životne snage“ [3]. Tako je Galvani slučajnim istraživanjem otkrio nove izvore elektriciteta što je otvorilo novu epohu ispitivanja elektriciteta i magnetizma. Zainteresiran za Galvanijevo otkriće, Volta uočava nedostatke njegovog promatranja, a to je da su se žablji kraci trgnuli kada su se našli između metalnog noža i metalnog pladnja. Alessandro Volta je 1794. godine pokazao da su ta dva metala bitna. Kada se nožem dotakne krak, tada poteče električna struja od noža, kroz žablji krak pa sve do metalnog pladnja. U dalnjim istraživanjima Volta je umjesto žabljih krakova koristio otopinu soli ili kiselina u vodi. Alessandro Volta (1745.-1827.) uronio je u vodu koja je bila pomiješana sa sumpornom kiselinom cinkovu i bakrenu pločicu. Bakrena ploča se nabila pozitivnim elektricitetom dok se cinkova pločica nabila negativnim elektricitetom. Za izvođenje pokusa potrebno je bilo koristiti kiselinu ili sol. Volta je u svom članku objavio da jakost električne struje ovisi o tome kakva je žica. Ako je žica između pločica deblja i kraća, električna struja je jača. Električna struja također ovisi i o vrsti kovine od koje je žica načinjena. George Simon Ohm 1827. godine eksperimentom pronalazi vezu između jakosti električne struje, električnog napona koja je dana razlikom potencijala i otpora, a on je karakteristična konstanta svake tvari.

### **3. TOPLINSKA I ELEKTRIČNA VODLJIVOST METALA**

#### **3.1. TOPLINSKA VODLJIVOST METALA**

##### **3.1.1. TERMOMETRIJA<sup>1</sup>**

U svakodnevnim situacijama ispitujemo temperaturu tijela tj. dodirom određujemo je li neko tijelo vruće, toplo ili hladno. Mogli bismo reći da je to subjektivan način određivanja temperature tijela. No, za pravilno određivanje temperature tijela postoje posebni uređaji. Za mjerjenje temperature tijela najčešće se koristio živin termometar, no u novije vrijeme se kao termometrijska tvar živa više ne koristi zbog štetnog utjecaja živinih para na zdravlje ljudi. On se sastoji od staklene kapilare na čijem se jednom kraju nalazi staklena posudica koja je napunjena živom dok je unutar kapilare vakuum. Živa unutar kapilare podiže se ovisno o temperaturi, a mjerenjem visine stupca žive u kapilari određujemo temperaturu.



Slika 2: Termometar [4]

U tijelima kojima ispitujemo temperaturu čestice se neprestano gibaju, a to gibanje čestica naziva se termalnim ili termičkim gibanjem, a energija - unutarnja termalna energija. Temperatura tijela definira se kao fizička veličina koja karakterizira stupanj zagrijanosti nekog tijela [5]. Za uspostavljanje termičke ravnoteže potrebno je dva tijela dovesti u kontakt. Tada

---

<sup>1</sup> Termometrija je znanost o mjerenu temperaturom.

čestice s većom kinetičkom energijom (toplje tijelo) u sudarima predaju energiju česticama s manjom energijom (hladnije tijelo). Na taj način energija prelazi u obliku topline s jednog tijela na drugo tijelo.

### 3.1.2. SPECIFIČNI TOPLINSKI KAPACITET

Toplinski kapacitet  $C$  nekog tijela definira se kao omjer topline  $Q$  koju je potrebno dovesti tijelu da bi mu se povisila temperatura za  $\Delta T$ :

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

Mjerna jedinica toplinskog kapaciteta je J/K.

Specifični toplinski kapacitet  $c$  nekog tijela je količina topline  $Q$  koju je potrebno dovesti jednom kilogramu neke tvari da bi se temperatura povisila za 1 K:

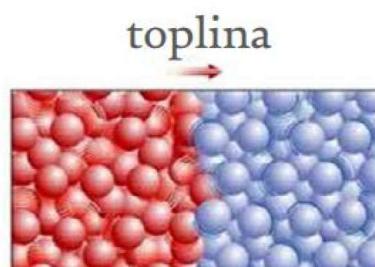
$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

Mjerna jedinica za specifični toplinski kapacitet je J/kg·K.

Tijela s malim toplinskim kapacitetom zagrijavaju se brzo, dok se tijela s relativno velikim kapacitetom zagrijavaju sporije.

### 3.1.3. PRIJENOS TOPLINE

Toplina je energija koja zbog razlike temperature prelazi iz područja više temperature u područje niže temperature [5].



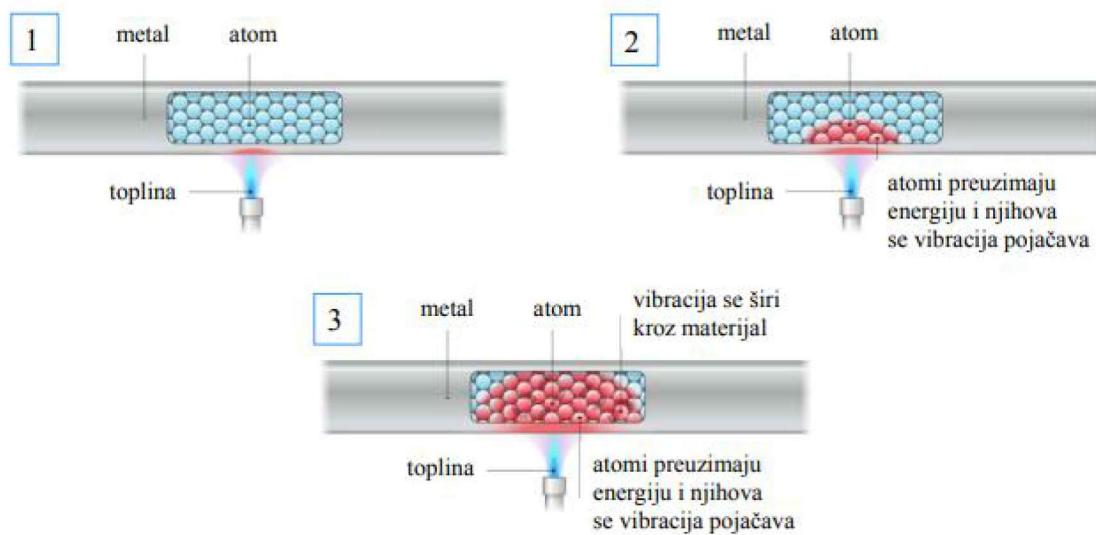
Slika 3: Prijenos topline [6]

Postoje tri načina prijenosa topline, a to su kondukcija (vođenje), konvekcija (strujanje, miješanje) i radijacija (zračenje). U fluidima se toplina obično prenosi konvekcijom. Vođenje topline u fluidima dolazi do izražaja samo ako nije moguć prijenos topline konvekcijom. Pri prijenosu topline zračenjem toplinska energija tijela pretvara se u elektromagnetsko zračenje koje tijelo emitira u okolni prostor. Energija koja se zračenjem prenosi s jednog do drugog mesta ovisi o temperaturi tijela [5].

### 3.1.4. KONDUKCIJA

Kondukcija se definira kao molekularni mehanizam prijenosa topline pri kojem su čestice tvari u direktnom kontaktu. Karakteristična je za čvrsta tijela, a ovisi o fizikalnim svojstvima tvari, geometrijskim karakteristikama te o lokalnim razlikama u temperaturi. Prisutna je i kod kapljivina i plinova u mirovanju [6].

U metalima do vođenja topline kroz čvrsto tijelo dolazi kada postoji temperaturni gradijent. Molekule i atomi brzo se kreću, vibriraju te su međusobno u kontaktu s okolnim molekulama ili atomima te tada dolazi do prijenosa topline. Može se reći da se toplina prenosi molekularnom interakcijom zbog prisustva slobodnih elektrona. Kako se slobodni elektroni gibaju odnosno kreću iz područja više temperature do područja niže temperature tada dolazi do izjednačavanja temperature u svim točkama tijela. Elektroni su nosioci i elektriciteta tako da postoji proporcionalnost između toplinske i električne vodljivosti.

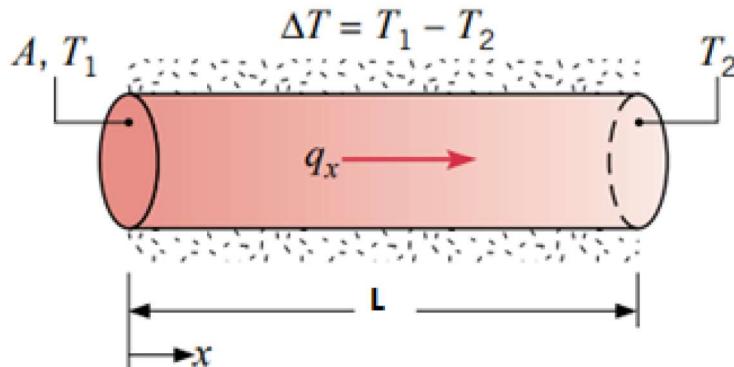


Slika 4: Vođenje topline [6]

### 3.1.5. FOURIEROV ZAKON TOPLINSKE VODLJIVOSTI

Kada se temperatura u određenoj točki ne mijenja s vremenom odnosno kada je temperaturni gradijent stalan govori se o stacionarnim procesima, u suprotnom, kada se temperatura u određenoj točki mijenja odnosno kada se temperaturni gradijent mijenja tada govorimo o ne stacionarnim procesima.

Za određivanje Fourierovog zakona provođenja topline promatra se vođenje topline kroz šipku kao što je prikazano na Slici 5. Pretpostavimo da je šipka izotropno tijelo<sup>2</sup>. Krajevi šipke nalaze se na različitim temperaturama tako da je  $T_1 > T_2$ , a cijela šipka je izolirana od okoline. Temperaturna razlika uzrokuje vođenje topline kroz šipku u smjeru x-osi.



Slika 5: Kondukcija topline [7]

Toplinski tok je energija koja prođe kroz šipku po jedinici vremena. Tada se toplinski tok može prikazati kao funkcija temperature  $T_1$  i  $T_2$ , geometrije šipke i svojstvo šipke:

$$\dot{q}_x = f_1[T_1, T_2, \text{geometrija šipke}, \text{svojstvo šipke}]$$

Toplinski tok ovisi i o temperaturnoj razlici između toplijeg i hladnjeg kraja šipke:

$$\dot{q}_x = f_2[(T_1 - T_2), \text{geometrija šipke}, \text{svojstvo šipke}]$$

Da bi se odredila funkcija  $f_2$  potrebno je razmatrati uvjet  $T_1 = T_2$ .

---

<sup>2</sup> Izotropno tijelo je tijelo kod kojih su fizička svojstva ista u bilo kojoj promatranoj točki.

Koristeći McLaurinov red<sup>3</sup> dobiva se sljedeće:

$$f(\Delta T) = f(0) + \left. \frac{\partial f}{\partial (\Delta T)} \right|_0 \Delta T + \dots \quad (1)$$

Ako je  $\Delta T = T_1 - T_2$  i  $f = f_2$ , dobiva se sljedeći izraz:

$$f_2(T_1 - T_2) = q_x = f_2(0) + \left. \frac{\partial f}{\partial (T_1 - T_2)} \right|_{T_1 - T_2 = 0} (T_1 - T_2) + \dots \quad (2)$$

Uz uvjet da je  $f_2(0) = 0$ ,  $q_x > 0$ ,  $T_1 > T_2$ ,  $\left. \frac{\partial f}{\partial (T_1 - T_2)} \right|_{T_1 - T_2 = 0} > 0$ . Ako se pogleda toplinski tok kroz šipku uočava se da je proporcionalan površini poprečnog presjeka, a obrnuto proporcionalan duljini šipke. Tada derivacija iz jednadžbe (2) ima sljedeći oblik:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial (T_1 - T_2)} \right|_{T_1 - T_2 = 0} = \frac{\lambda A}{L}$$

gdje je  $\lambda$  konstanta proporcionalnosti koja se naziva koeficijent toplinske vodljivosti (W/mK),  $A$  je površina poprečnog presjeka šipke ( $m^2$ ),  $L$  duljina šipke (m).

Za bilo koju temperaturnu razliku  $\Delta T$  na duljini šipke L vrijedi da  $T_1 - T_2 \rightarrow 0$ , možemo reći je u pitanju stacionarno stanje, tada je:

$$q_x = \frac{\lambda A}{L} (T_1 - T_2) = -\frac{\lambda A}{L} (T_2 - T_1) = -\lambda A \frac{\partial T}{\partial x}$$

Gustoća toplinskog toka definira se kao energija po jedinici vremena kroz jediničnu površinu okomito na smjer toka, odnosno gustoća toplinskog toka može se zapisati na sljedeći način:

$$\dot{Q}_x = \frac{q_x}{A} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

Dobiveni izraz naziva se jednodimenzionalan Fourierov zakon toplinske vodljivosti u smjeru x-osi.

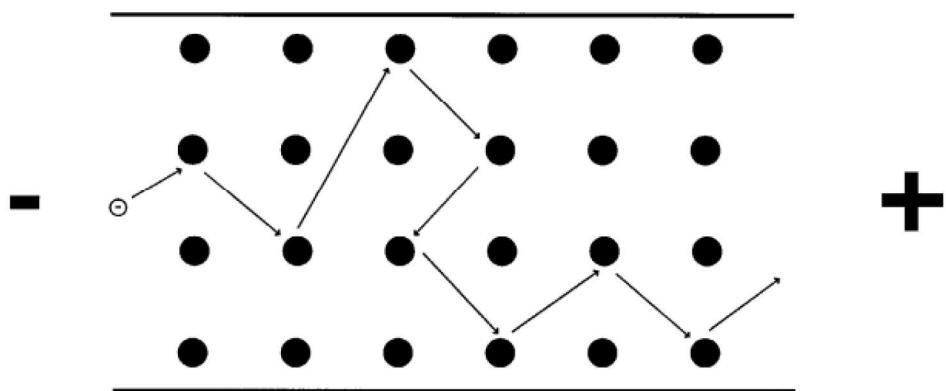
---

<sup>3</sup> McLaurinov red je Taylorov red razvijen kao funkcija oko nule,  
 $f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots$

### 3.2. ELEKTRIČNA VODLJIVOST

Električna vodljivost jedno je od najvažnijih svojstava metala. Električnu vodljivost možemo objasniti pomoću Drudeovog modela. Drude je 1900. godine izveo Ohmov zakon tako što je primijenio kinetičko-molekularnu teoriju plinova na elektrone.

Na Slici 6. prikazano je kretanje elektrona kroz metal pod utjecajem napona. Ako pogledamo sliku, crni krugovi predstavljaju atome u materijalu dok bijeli krug predstavlja elektron koji se giba kroz materijal. Sudari između elektrona i atoma uzrokuju električnu otpornost.



Slika 6: Gibanje elektrona [8]

Električna otpornost materijala opisuje opiranje električne struje u materijalu. Ako govorimo o električnoj otpornosti materijala, ona ovisi o elektronskoj konfiguraciji elektrona u atomu. Kada atomi lako otpuštaju elektrone oni postaju slobodni i sudjeluju u vođenju struje te bi se moglo reći da električna otpornost ovisi i o veličini atoma. Veći atomi slične elektronske konfiguracije lakše otpuštaju najudaljenije elektrone. Kod metala otpornost raste s temperaturom jer kristalne rešetke ometaju prolaz slobodnih elektrona zbog bržeg titranja.

Drude je pokazao da je gustoća električne struje jednaka umnošku električnog polja i električne vodljivosti:

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (3)$$

gdje je  $\vec{J}$  gustoća električne struje ( $A/m^2$ ),  $\sigma$  električna vodljivost ( $\Omega^{-1}m^{-1}$ ),  $\vec{E}$  električno polje ( $V/m$ ).

Električna vodljivost računa se kao recipročna vrijednost električne otpornosti:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Gustoća električne struje iskazuje se kao električna struja koja prođe jediničnom površinom poprečnog presjeka vodiča:

$$\vec{J} = \frac{I}{S} \quad (4)$$

gdje je  $\vec{J}$  gustoća električne struje ( $A/m^2$ ),  $I$  jakost električne struje (A),  $S$  površina poprečnog presjeka ( $m^2$ ).

Električno polje dano je kao kvocijent napona i duljine vodiča:

$$\vec{E} = \frac{U}{l} \quad (5)$$

Uvrštavanjem jednadžbe (3) i (4) u (5) dobiva se sljedeći izraz:

$$U = \frac{\rho I l}{S} \quad (6)$$

Nova veličina koja se definira je otpor i ima sljedeći oblik:

$$R = \frac{\rho l}{S} \quad (7)$$

Uvrštavanjem jednadžbe (6) u (7) dolazi se do izraza:

$$I = \frac{U}{R}$$

Dobiveni izraz poznat je još kao Ohmov zakon.

### 3.3. WIEDEMANN-FRANZOV ZAKON

Wiedemann i Franz su 1853. godine zaključili da je u metalima električna vodljivost proporcionalna s toplinskom vodljivošću. Dobri vodiči električne struje su ujedno i dobri vodiči toplinske struje. Lorenz je 1881. godine primijetio da omjer  $\frac{\lambda}{\sigma T}$  približno konstantan za niz metala. Taj omjer nazvao je Lorenzovim brojem. Drude je pokazao da je Lorenzov broj proporcionalan s kvadratom omjera Boltzmanove konstante  $k_B$  i elektronskog naboja e:

$$\frac{\lambda}{\sigma T} = C \left( \frac{k_B}{e} \right)^2$$

Prema Drudeovoj teoriji  $C = 3$ ,  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} J/K$ ,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ . Tada je:

$$C \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 = L$$

gdje je  $L$  Lorentzov broj koji iznosi  $L = 2,4 \cdot 10^{-8} W\Omega / K^2$  [14].

### 3.3.4. SPEARMANOV KOEFICIJENT KORELACIJE

Spearmanov koeficijent korelacijske funkcije koristi se za povezivanje varijabli u slučaju kada nije moguće koristiti Pearsonov koeficijent korelacijske funkcije. Pearsonov koeficijent korelacijske funkcije koristi se kada između varijabli postoji linearna povezanost i kada je broj uzoraka  $n \geq 30$ . Za Spearmanov koeficijent korelacijske funkcije nije nužna linearna povezanost podataka kao kod Pearsonovog koeficijenta, a može se izračunati i na manjim uzorcima kada je  $n < 30$ . Spearmanov koeficijent korelacijske funkcije koristi se kod ispitivanja korelacijske funkcije dviju varijabli ranga. Računa se prema sljedećoj formuli:

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^n d_i^2}{n^3 - n}$$

gdje je  $n$  broj podataka,  $d_i^2$  kvadrat razlike između rangova prve i druge varijable.

Razlika rangova računa se prema sljedećem izrazu:

$$d = r(x_i) - r(y_i)$$

gdje je  $r(x)$  rang prve varijable, a  $r(y)$  rang druge varijable.

Vrijednost varijable se rangiraju tako da se najmanjoj izvornoj vrijednosti pridružuje rang 1, sljedećoj rang 2, itd. Varijable se mogu rangirati i obrnutim redoslijedom, ali treba paziti da obje varijable budu rangirane na isti način.

U Tablici 1 nalazi se jačina povezanosti varijabla.

Tablica 1: Jačina povezanosti varijabla

APSOLUTNA VRIJEDNOST KOEFICIJENTA KORELACIJE	JAČINA POVEZANOSTI IZMEĐU VARIJABLA
$ r_s =1$	Potpuna korelacija
$0,8 \leq  r_s  < 1$	Jaka korelacija
$0,5 \leq  r_s  < 0,8$	Srednje jaka korelacija
$0,2 \leq  r_s  < 0,5$	Relativno slaba korelacija
$0 <  r_s  < 0,2$	Neznatna korelacija
$ r_s =0$	Nema korelacije

## **4. EKSPERIMENTALNI DIO RADA**

### **4.1. TOPLINSKA VODLJIVOST METALA**

#### **Zadatak:**

- 1) Odrediti toplinski kapacitet donjeg kalorimetra.
- 2) Odrediti toplinsku vodljivost aluminijске i bakrene šipke.

#### **Popis korištenog pribora:**

- Kalorimetar od 500 ml
- Kalorimetar od 500 ml s grijačem i miješalicom
- Termometar
- Sonde za mjerjenje temperature
- Vodiči
- Aluminijска i bakrena šipka
- Tronožac
- Hvataljke
- Staklena čaša
- Zaporna ura
- Termalna pasta
- Mrežica za led
- DC izvor
- Električno kuhalo
- Kuhalo za vodu

#### **Postupak izvođenja pokusa:**

Za određivanje toplinske vodljivosti metala prvo je potrebno odrediti toplinski kapacitet donjeg kalorimetra. Određivanje toplinskog kapaciteta donjeg kalorimetra određuje se na sljedeći način. Izmjeri se masa praznog kalorimetra. Nakon što se izmjeri masa praznog kalorimetra, potrebno je izmjeriti temperaturu vodovodne vode prije zagrijavanja. Ta količina vode se zatim zagrije u električnom kuhalu te se tako vruća voda ulije u staklenu čašu koja se dodatno zagrijava na električnom kuhalu kako bi se postigla što viša temperatura. Zatim se izmjeri temperatura vruće vode i temperaturu te vode kada se ulije u kalorimetar. Nakon usipane

vruće vode u kalorimetar izmjeri se masa vode i kalorimetra. Sljedeći korak za određivanje toplinske vodljivosti metala je taj da se odredi utjecaj okoline na zagrijavanje vode, a to se određuje tako da se u kalorimetar nalije određenu količinu vode te stave komadići leda i temperatura vode spusti na  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Zatim se uklone komadići leda iz kalorimetra i uključi zapornu uru i mjeri promjena temperature u vremenskom periodu od 30 minuta.

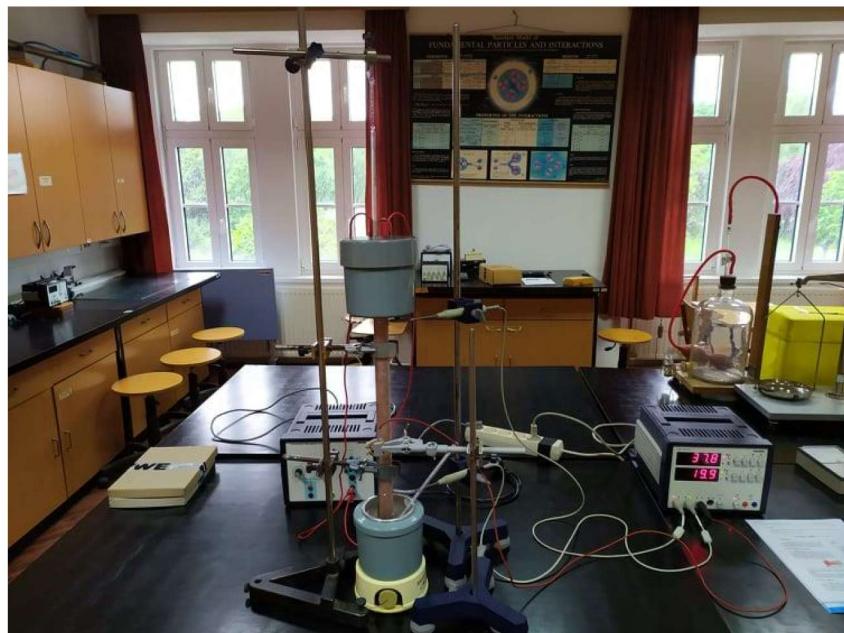


Slika 7: Utjecaj okolina na zagrijavanje vode

Nakon što se odredi toplinski kapacitet kalorimetra i utjecaj okoline na zagrijavanje vode, prelazi se na slaganje aparature za određivanje toplinske vodljivosti metala. Aparaturu za izvođenje pokusa potrebno je složiti prema sljedećim slikama:



Slika 8: Aparatura za određivanje toplinske vodljivosti aluminijске šipke



Slika 9: Aparatura za određivanje toplinske vodljivosti bakrene šipke

Izolirani kraj metalne šipke umetne se u gornji kalorimetar. Za poboljšanje provođenja topline kraj metalne šipke koji je umetnut u kalorimetar obloži se termalnom pastom kako bi se spriječio gubitak topline. Metalnu šipku potrebno je učvrstiti hvataljkama za stalak, ali na takvoj visini da se ispod metalne šipke može postaviti kalorimetar. Metalna šipka na jednom svom kraju ima neizolirani kraj. Taj neizolirani kraj nalazi se u donjem kalorimetru

i mora se paziti da bude potpuno uronjen u vodu. Za mjerjenje temperaturne razlike na šipci koriste se sonde koje moraju biti postavljenje što bliže šipci. Sonde se postavljaju na međusobnoj udaljenosti  $x = 31,5$  cm. Vodu koja se nalazi u gornjem kalorimetru potrebno je održavati na stalnoj temperaturi pomoću grijajućeg elementa (vruća voda). U donjem kalorimetru vodu treba držati na  $0^{\circ}\text{C}$  pomoću leda sve dok se sustav ne stabilizira. Potrebno je 10 do 15 min da bi se sustav stabilizirao. Kada se sustav stabilizira led se vadi iz kalorimetra te se uključuje zaporna ura te očitava temperatura u trenutku  $t = 0$  s. Mjeri se temperatura vode u donjem kalorimetru svakih pet minuta. Posljednje što treba, da bi se odredila toplinska vodljivost metala, je masa vode u donjem kalorimetru. Na temelju svih izmjerениh veličina određuje se toplinska vodljivost metala.

### Obrada rezultata:

- 1) Određivanje toplinskog kapaciteta donjeg kalorimetra

Za određivanje toplinskog kapaciteta donjeg kalorimetra koristi se izraz:

$$C_{kalorimetar} = c_{vode} \cdot m_{vode} \cdot \frac{T_W - T_M}{T_M - T_R}$$

gdje je:

- $c_{vode}$  specifični toplinski kapacitet vode koji iznosi 4184 J/kgK
- $m_{vode}$  masa vruće vode
- $T_W$  temperatura vruće vode
- $T_M$  temperatura promiješane vode
- $T_R$  sobna temperatura

Tablica 2: Toplinski kapacitet donjeg kalorimetra

$c_{voda}$ [J/kgK]	$m_{kalorimetar}$ [kg]	$m_{kalorimetar+voda}$ [kg]	$m_{voda}$ [kg]	$T_W$ [K]
4184	$245,72 \cdot 10^{-3}$	$560,01 \cdot 10^{-3}$	$314,29 \cdot 10^{-3}$	365,15

2) Određivanje toplinske vodljivosti metalne šipke

Utjecaj okolina na zagrijavanje vode računa se pomoću relacije:

$$\Delta Q = (c_{vode} \cdot m_{vode} + C_{kalorimetar}) \cdot \Delta T$$

gdje je  $\Delta T = T - T_0$ ,  $T$  je voda u kalorimetru,  $T_0$  je temperatura vode u trenutku  $t = 0$  s.

$$T_0 = 273,15 \text{ K}$$

$$m_{vode} = 314,29 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$C_{kalorimetar} = 148,46 \text{ J/kg}$$

Tablica 3: Utjecaj okoline na zagrijavanje vode

<b><math>t</math> [min]</b>	<b><math>t</math> [<math>^{\circ}\text{C}</math>]</b>	<b><math>T</math> [K]</b>	<b><math>\Delta T</math> [K]</b>
1	0	273,15	0
2	0,10	273,25	0,10
3	0,10	273,25	0,10
4	0,10	273,25	0,10
5	0,20	273,35	0,20
6	0,30	273,45	0,30
7	0,30	273,45	0,30
8	0,40	273,55	0,40
9	0,40	273,55	0,40

<b>10</b>	0,40	273,55	0,40
<b>11</b>	0,50	273,65	0,50
<b>12</b>	0,50	273,65	0,50
<b>13</b>	0,50	273,65	0,50
<b>14</b>	0,60	273,75	0,60
<b>15</b>	0,60	273,75	0,60
<b>16</b>	0,70	273,85	0,70
<b>17</b>	0,70	273,85	0,70
<b>18</b>	0,80	273,95	0,80
<b>19</b>	0,90	274,05	0,90
<b>20</b>	0,90	274,05	0,90
<b>21</b>	1,0	274,15	1,0
<b>22</b>	1,0	274,15	1,0
<b>23</b>	1,0	274,15	1,0
<b>24</b>	1,1	274,25	1,1
<b>25</b>	1,1	274,25	1,1
<b>26</b>	1,2	274,35	1,2
<b>27</b>	1,3	274,45	1,3
<b>28</b>	1,3	274,45	1,3
<b>29</b>	1,4	274,55	1,4
<b>30</b>	1,5	274,65	1,5

Da bi se odredio utjecaj okoline na zagrijavanje vode u ovisnosti o vremenu potrebno je nacrtati graf. Koristi Jednadžba regresijskog pravca u eksplisitnom obliku je  $y = ax + b$ , gdje je:

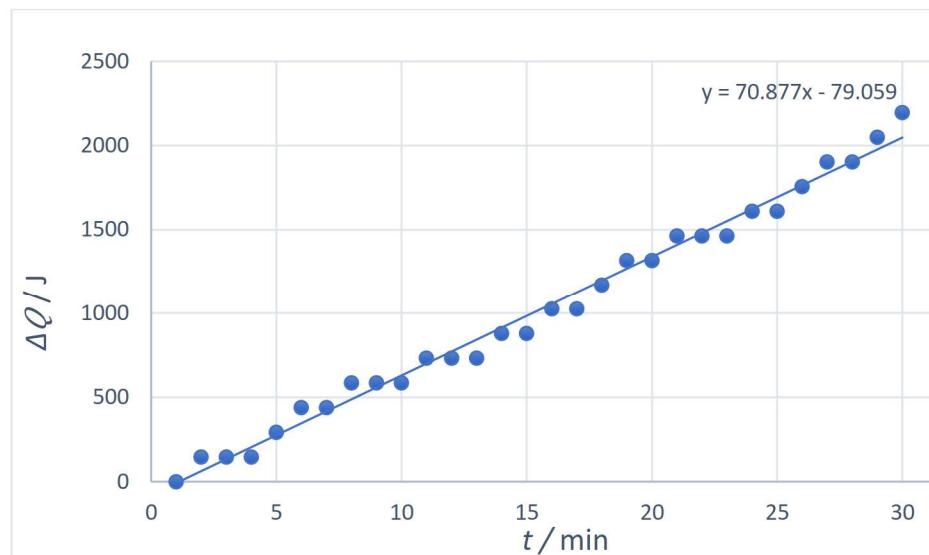
$$y = \Delta Q$$

$$x = t$$

$$a = \frac{\bar{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\bar{x^2} - \bar{x}^2} = 70,877 \text{ J/min}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = -79,059 \text{ J}$$

$$\Rightarrow y = 70,877x - 79,059$$



Graf 1: Utjecaj okoline na zagrijavanje vode u ovisnosti o vremenu

Da bi se izračunala toplinska energija koju je prenijela metalna šipka potrebno je od ukupne toplinske energije okoline na sljedeći način:

$$\frac{dQ_{šipka}}{dt} = \frac{dQ_{ukupno}}{dt} - \frac{dQ_{okolina}}{dt}$$

Gdje se  $\frac{dQ_{okolina}}{dt}$  računa iz nagiba pravca s grafa 1 i  $\frac{dQ_{ukupno}}{dt}$  računa iz nagiba pravca s grafa 3.

Toplinsku vodljivost metala računa se prema sljedećem izrazu:

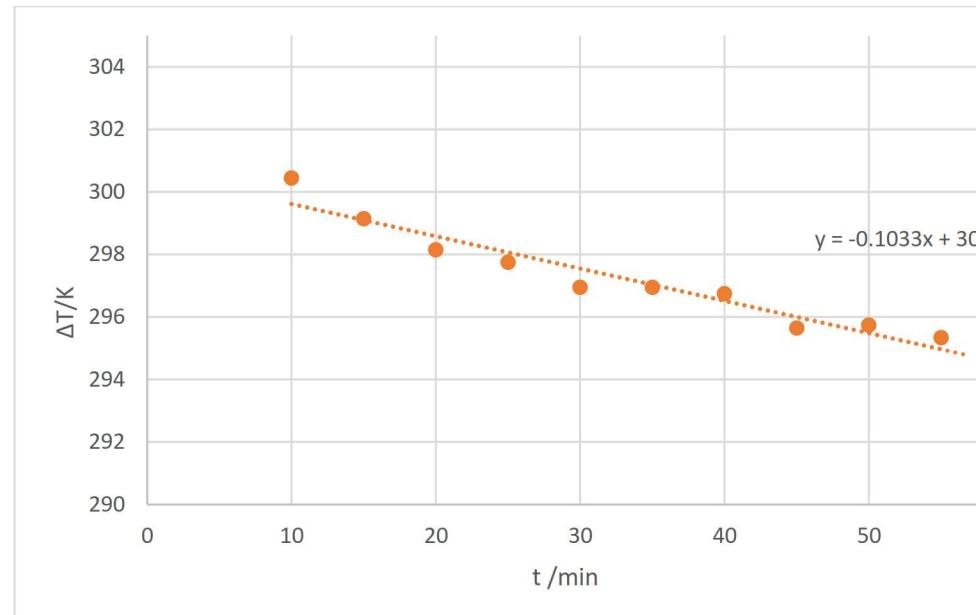
$$\frac{dQ_{šipka}}{dt} = -\lambda S \frac{dT}{dx} / (-S \frac{dT}{dx})$$

$$\lambda = -\frac{\frac{dQ_{šipka}}{dt}}{S \frac{dT}{dx}}$$

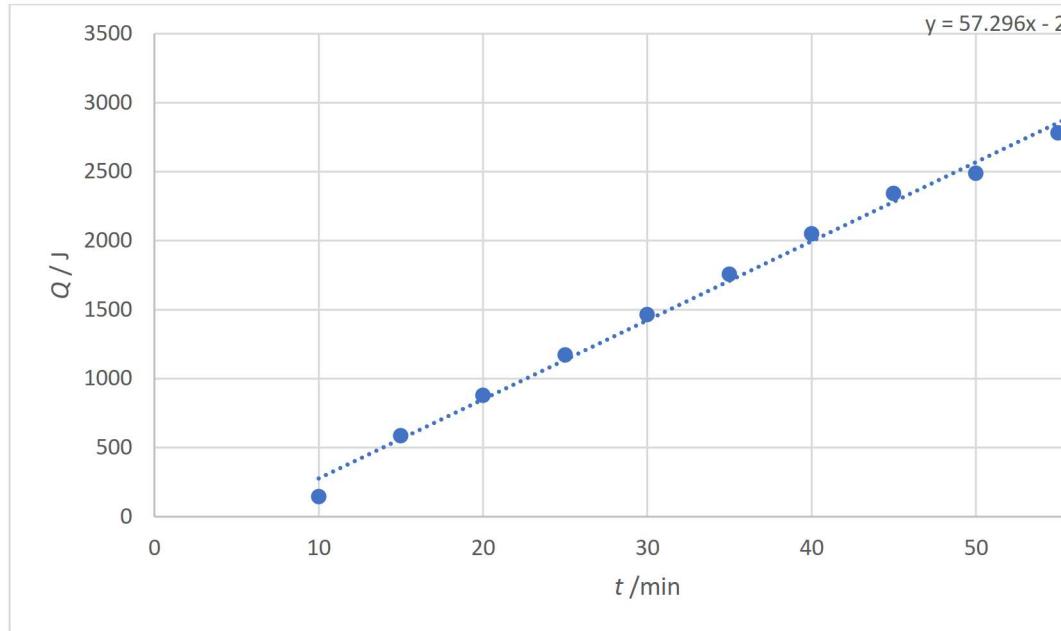
gdje je:

- $S$  površina poprečnog presjeka šipke,  $S = 5,43 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
- $x$  udaljenost između krajeva šipke,  $x = 0,315 \text{ m}$
- $dT$  temperaturna razlika između krajeva šipke

a) Toplinska vodljivost aluminijске šipke



Graf 2:  $\Delta T$  kao funkcija vremena za aluminijsku šipku



Graf 3: Q kao funkcija vremena za aluminijsku šipku

Tablica 4: Rezultati mjerenja

<b><i>t</i> [min]</b>	<b><i>t</i><sub>1</sub> [°C]</b>	<b><i>t</i><sub>2</sub>[°C]</b>	<b><i>Δt</i> [°C]</b>	<b><i>ΔT</i>[K]</b>	<b><i>t<sub>hladniji kalorimetar</sub></i> [°C]</b>	<b><i>t<sub>hladniji kalorimetar</sub></i> [K]</b>
<b>10</b>	45,8	18,5	27,3	300,45	0,1	273,25
<b>15</b>	45,6	19,6	26,0	299,15	0,4	273,55
<b>20</b>	45,6	20,6	25,0	298,15	0,6	273,75
<b>25</b>	46,4	21,8	24,6	297,75	0,8	273,95
<b>30</b>	46,4	22,6	23,8	296,95	1,0	274,15
<b>35</b>	47	23,2	23,8	296,95	1,2	274,35
<b>40</b>	47,3	23,7	23,6	296,75	1,4	274,55
<b>45</b>	47,4	24,9	22,5	295,65	1,6	274,75
<b>50</b>	47,9	25,3	22,6	295,75	1,7	274,85
<b>55</b>	48,7	26,5	22,2	295,35	1,9	275,05

$$m_{vode \text{ (donji kalorimetar)}} = 314,29 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

Tablica 5: Račun pogrešaka

Račun pogrešaka	A
$\bar{\lambda}$ [W/Km]	
$\Delta \lambda_{max}$ [W/Km]	
$r_m$ [%]	
$\sigma$ [W/Km]	
$M_n$ [W/Km]	
$R_n$ [%]	
$\lambda_{tablična}$ [W/Km]	
$p$ [%]	

Oznake u tablici označavaju sljedeće:

- aritmetička sredina:  $\bar{\lambda} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i$
- apsolutna maksimalna pogreška : $\Delta \lambda_{max} = (\bar{\lambda} - \lambda_i)_{max}$
- maksimalna relativna pogreška:  $r_m = \frac{\Delta \lambda_{max}}{\bar{\lambda}} \cdot 100\%$
- standardna devijacija:  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i - \bar{\lambda})^2}{n-1}}$
- nepouzdanost:  $M_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i - \bar{\lambda})^2}{n(n-1)}}$
- relativna nepouzdanost:  $R_n = \frac{M_n}{\bar{\lambda}} \cdot 100\%$

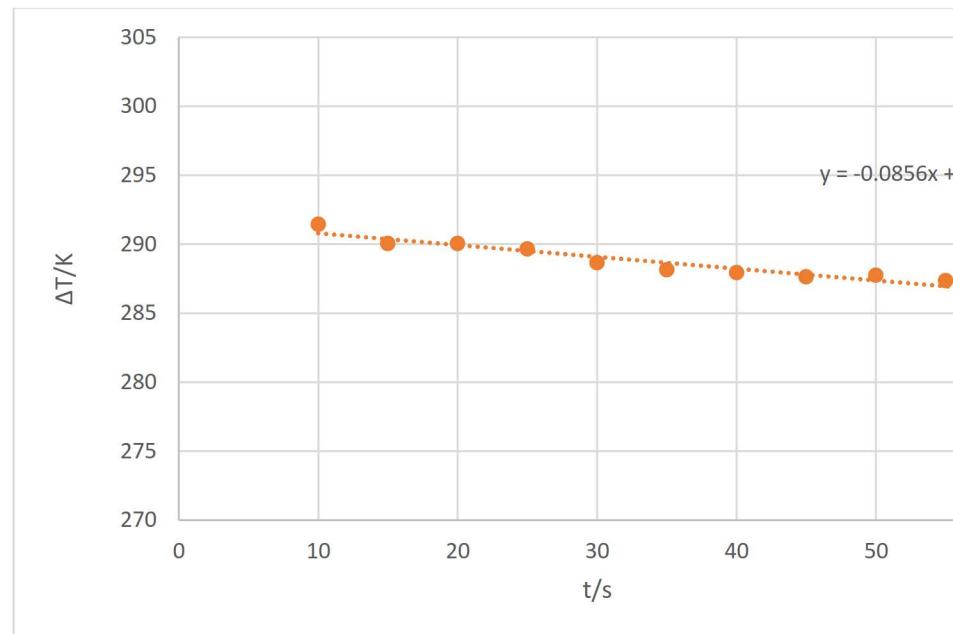
- tablična vrijednost:  $\lambda_{tablična}$
- postotna pogreška:  $p = \left| \frac{\lambda_{tablična} - \bar{\lambda}}{\lambda_{tablična}} \right| \cdot 100\%$

Rezultati mjerena uzimajući u obzir nesigurnost mjerena (apsolutnu maksimalnu pogrešku):

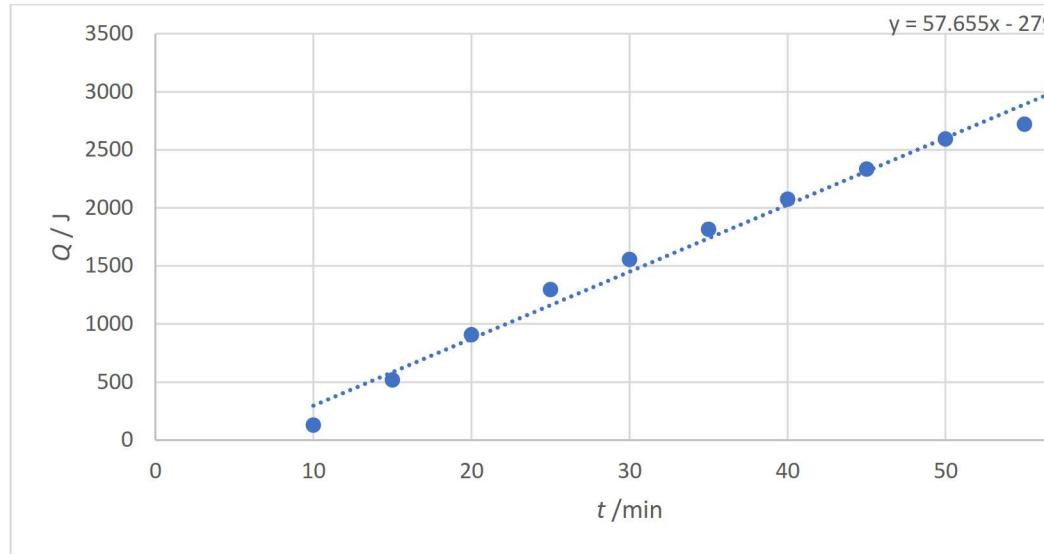
$$\lambda = (\bar{\lambda} \pm \Delta\lambda_{max})$$

$$\lambda = (264,6 \pm 1,8)_{10} \text{ W/Km}$$

b) Toplinska vodljivost bakrene šipke



Graf 4:  $\Delta T$  kao funkcija vremena za bakrenu šipku



Graf 5:Q kao funkcija vremena za bakrenu šipku

Tablica 6: Rezultati mjerjenja

$t$ [min]	$t_1$ [ $^{\circ}$ C]	$t_2$ [ $^{\circ}$ C]	$\Delta t$ [ $^{\circ}$ C]	$\Delta T$ [K]	$t_{hladniji kalorimetar}$ [ $^{\circ}$ C]	$t_{hladniji kalorimetar}$ [K]
10	37,4	19,1	18,3	291,45	0,1	273,15
15	37,4	20,5	16,9	290,05	0,4	273,55
20	38,6	21,7	16,9	290,05	0,7	273,85
25	39,4	22,9	16,5	289,65	1	274,15
30	39,8	24,3	15,5	288,65	1,2	274,35
35	40,4	25,4	15	288,15	1,4	274,55

<b>40</b>	41,5	26,7	14,8	287,95	1,6	274,75
<b>45</b>	42,5	28	14,5	287,65	1,8	274,95
<b>50</b>	43,5	28,9	14,6	287,75	2	275,15
<b>55</b>	44,1	29,9	14,2	287,35	2,1	275,25

$$m_{vode} \text{ (donji kalorimetar)} = 274,28 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

Tablica 7: Račun pogrešaka

Račun pogrešaka	Ba
$\bar{\lambda} \text{ [W/Km]}$	26
$\Delta \lambda_{max} \text{ [W/Km]}$	1
$r_m \text{ [%]}$	0,
$\sigma \text{ [W/Km]}$	1
$M_n \text{ [W/Km]}$	5
$R_n \text{ [%]}$	1
$\lambda_{tablična} \text{ [W/Km]}$	38
$p \text{ [%]}$	30

Rezultati mjerena uzimajući u obzir nesigurnost mjerena (apsolutna maksimalna pogreška):

$$\lambda = (265,5 \pm 1,4)_{10} \text{ W/Km}$$

## 4.2. ELEKTRIČNA VODLJIVOST METALA

### Zadatak:

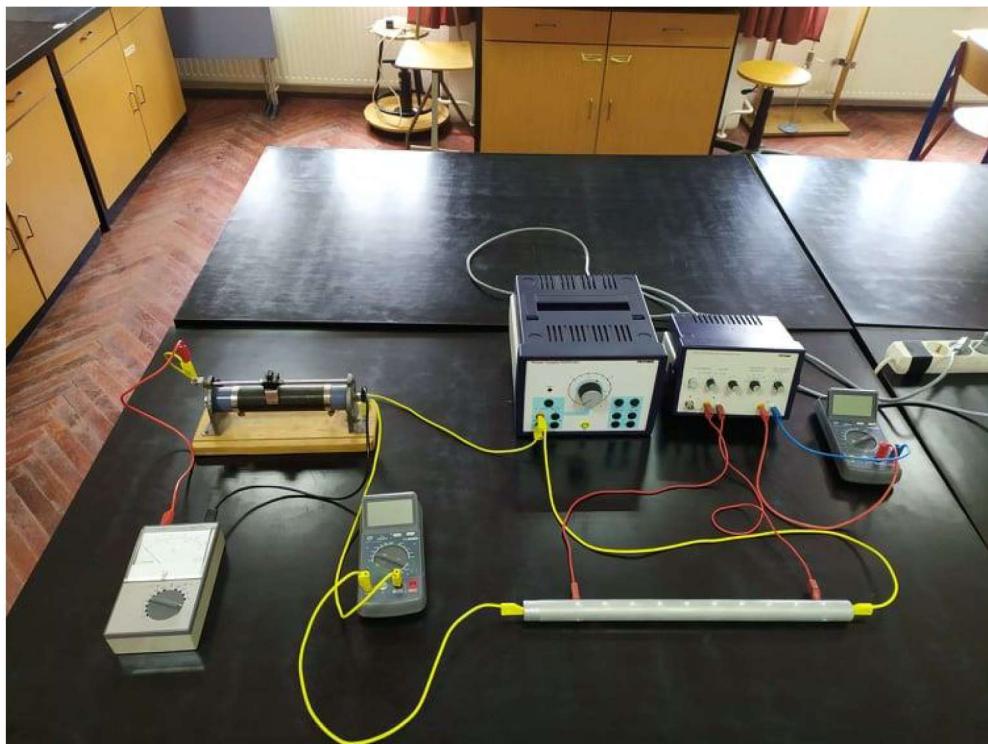
- 1) Odrediti električnu vodljivost aluminijске i bakrene šipke

### Popis korištenog pribora:

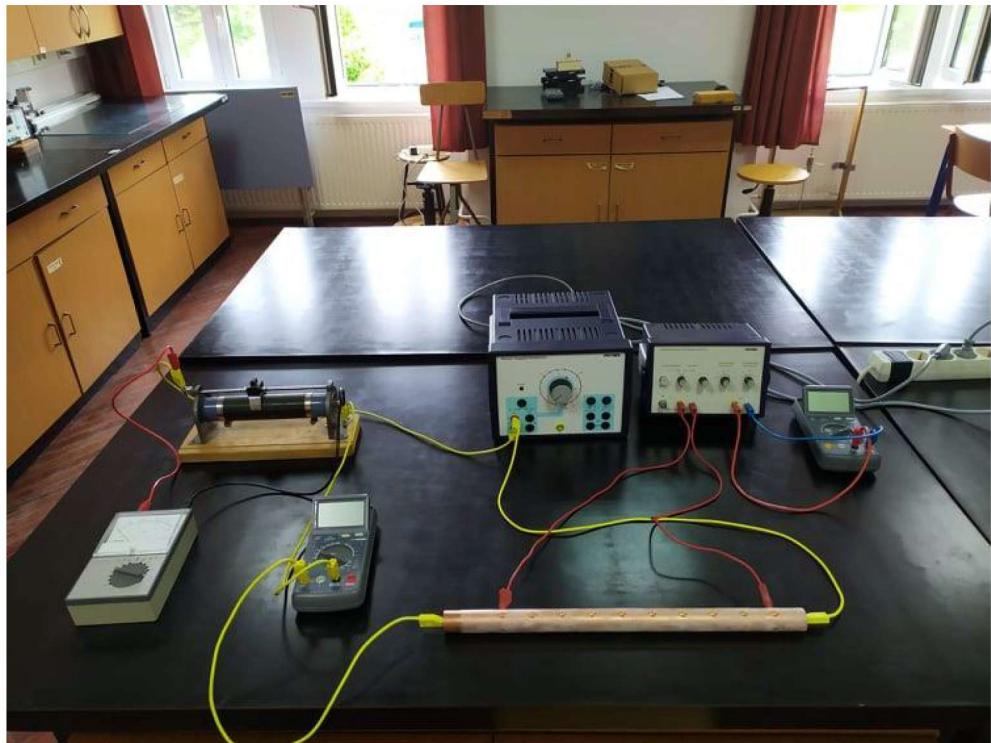
- Ampermetar
- 2 voltmetara
- Reostat
- Aluminijска и bakrena šipka
- Vodiči
- DC izvor
- Pojačalo

### Postupak izvođenja pokusa:

Za određivanje električne vodljivosti metalne šipke potrebno je složiti aparaturu prema sljedećim slikama:



Slika 10: Eksperimentalni postav za određivanje električne vodljivosti aluminijске šipke



Slika 11: Eksperimentalni postav za određivanje električne vodljivosti bakrene šipke

Nakon spajanja aparature na pojačalu se podešavaju sljedeće postavke:

- Input: Low Drift
- Pojačanje:  $10^4$
- Time constant: 0

Pojačalo je potrebno postaviti na 0 kako bi se izbjegao kolaps izlaznog napona. Reostat se zatim podesi tako da se postavi na najveću vrijednost od 6 V koji se postupno smanjuje za 0,5 V te, za svako smanjenje napona pomoću reostata, očitati napon na voltmetru i struju na ampermetru. Potrebno je izvršiti 5 mjerena.

### **Rezultati mjerenja:**

- a) Električna vodljivost aluminijске šipke

Metalna šipka u ovom eksperimentu predstavlja omski vodič. Tada se električni otpor računa prema slijedeće

$$I = \frac{U}{R} / \cdot R$$

$$IR = U / : I$$

$$R = \frac{U}{I}$$

gdje je  $R$  električni otpor metalne šipke,  $U$  je napon na krajevima metalne šipke,  $I$  jakost električnog strujnog toka.

Električna otpornost se računa na sljedeći način:

$$R = \rho \frac{l}{S} / \cdot \frac{S}{l}$$

$$\rho = \frac{RS}{l}$$

gdje je  $S$  površina poprečnoj presjeka metalne šipke koja iznosi  $S = 5,43 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ , a  $l$  je duljina metalne šipke.

Električna vodljivost računa se kao recipročnu vrijednost električne otpornosti:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Tablica 8: Rezultati mjerenja za aluminijsku šipku

<b>Broj mjerena</b>	<b><math>U [10^{-6}V]</math></b>	<b><math>I [A]</math></b>	<b><math>R [10^{-7}\Omega]</math></b>	<b><math>\rho [10^{-8}\Omega \cdot m]</math></b>
1.	9,00	0,52	173	2,9
	8,00	0,47	170	2,9
	7,00	0,43	162	2,8
	6,00	0,38	158	2,7
	6,00	0,34	177	3,0
	5,00	0,29	172	2,9
	4,00	0,25	160	2,7
	3,00	0,2	150	2,5
	2,00	0,17	118	2,0
	2,00	0,12	167	2,8
2.	1,00	0,07	143	2,4
	1,00	0,03	333	5,7
	9,00	0,53	170	2,9
	8,00	0,47	170	2,9
	7,00	0,43	163	2,8
	6,00	0,38	158	2,7
	6,00	0,34	177	3,0
	5,00	0,29	172	2,9
	4,00	0,25	160	2,7
	3,00	0,2	150	2,5

	9,00	0,52	173	2,9
3.	9,00	0,48	188	3,2
	8,00	0,42	191	3,2
	7,00	0,4	175	3,0
	6,00	0,35	171	2,9
	5,00	0,29	172	2,9
	4,00	0,24	167	2,8
	4,00	0,2	200	3,4
	3,00	0,17	177	3,0
	2,00	0,12	167	2,8
	1,00	0,09	111	1,9
	1,00	0,03	333	5,1
	9,00	0,51	177	3,0
4.	8,00	0,46	174	3,0
	7,00	0,42	167	2,8
	6,00	0,38	158	2,8
	6,00	0,35	171	2,9
	5,00	0,31	161	2,7
	4,0	0,25	160	2,7
	3,00	0,22	136	2,3
	3,00	0,17	177	3,0
	2,00	0,12	167	2,8
	1,00	0,08	125	2,1
	1,00	0,04	250	4,3
	9,00	0,52	173	2,9
5.	8,00	0,47	170	2,9
	7,00	0,43	163	2,8
	6,00	0,38	158	2,8
	6,00	0,34	177	3,0
	5,00	0,29	172	2,8

	4,00	0,25	160	2,
	3,00	0,2	150	2,
	3,00	0,18	167	2,
	2,00	0,12	16	2,
	1,00	0,07	167	2,
	1,00	0,03	143	2,
			333	5,

Tablica 9: Račun pogrešaka

Račun pogrešaka	Alur
$\bar{\sigma} [\Omega^{-1} \text{m}^{-1}]$	3,5 ·
$\Delta \lambda_{max} [\Omega^{-1} \text{m}^{-1}]$	1,8 ·
$r_m [\%]$	5
$\sigma [\Omega^{-1} \text{m}^{-1}]$	6,6 ·
$M_n [\Omega^{-1} \text{m}^{-1}]$	8,5 ·
$R_n [\%]$	2
$\lambda_{tablična} [\Omega^{-1} \text{m}^{-1}]$	3,7 ·
$p [\%]$	6

Rezultati mjerenja uzimajući u obzir nesigurnost mjerenja (apsolutna maksimalna pogreška):

$$\lambda = (3,5 \cdot 10^7 \pm 1,8 \cdot 10^7)_5 \text{ W/Km}$$

a) Električna vodljivost bakrene šipke

Tablica 10: Rezultati mjerena za bakrenu šipku

<b>Broj mjerena</b>	<b><math>U [10^{-6}V]</math></b>	<b><math>I [A]</math></b>	<b><math>R [10^{-7}\Omega]</math></b>	<b><math>\rho [10^{-8}\Omega \cdot m]</math></b>
1.	6,00	0,56	107	1,1
	5,00	0,54	111	1,1
	5,00	0,5	100	1,1
	5,00	0,47	106	1,1
	4,00	0,43	116	2,2
	3,00	0,38	105	1,1
	3,00	0,35	85,7	1,1
	3,00	0,29	103	1,1
	2,00	0,22	90,9	1,1
	2,00	0,15	133	2,2
2.	2,00	0,09	222	3,3
	1,00	0,05	200	3,3
	6,00	0,56	107	1,1
	5,00	0,54	92,6	1,1
	5,00	0,5	100	1,1
	4,00	0,47	85,1	1,1
	4,00	0,43	93,0	1,1
	3,00	0,38	78,9	1,1
	3,00	0,33	90,9	1,1
	2,00	0,25	80,0	1,1

	6,00	0,54	111	1,9
	5,00	0,47	106	1,8
	5,00	0,43	116	2,0
	4,00	0,38	105	1,8
	4,00	0,34	118	2,0
3.	3,00	0,31	96,8	1,6
	3,00	0,25	120	2,0
	2,00	0,20	100	1,7
	2,00	0,17	118	2,0
	1,00	0,12	83,3	1,4
	1,00	0,08	125	2,1
	1,00	0,03	333	5,7
	6,00	0,54	111	1,9
	5,00	0,47	106	1,8
	5,00	0,43	116	2,0
	4,00	0,38	105	1,8
	3,00	0,35	85,7	1,1
4.	3,00	0,31	96,8	1,1
	3,00	0,25	120	2,0
	2,00	0,22	90,9	1,1
	2,00	0,17	118	2,0
	2,00	0,12	167	2,0
	1,00	0,08	125	2,0
	1,00	0,04	250	4,1
	6,00	0,56	107	1,1
	5,00	0,54	92,6	1,1
	5,00	0,5	100	1,1

5.	5,00	0,47	106	1,
	4,00	0,43	93,0	1,
	3,00	0,38	78,9	1,
	3,00	0,33	90,9	1,
	3,00	0,25	120	2,
	2,00	0,22	90,9	1,
	2,00	0,15	133	2,
	2,00	0,08	250	4,
	1,00	0,03	333	5,

Tablica 11: Račun pogreški

Račun pogrešaka	Bal
$\bar{\sigma} [\Omega^{-1}\text{m}^{-1}]$	5,2·
$\Delta \lambda_{max} [\Omega^{-1}\text{m}^{-1}]$	3,5·
$r_m [\%]$	9
$\sigma [\Omega^{-1}\text{m}^{-1}]$	1,4·
$M_n [\Omega^{-1}\text{m}^{-1}]$	1,8·
$R_n [\%]$	3
$\lambda_{tablična} [\Omega^{-1}\text{m}^{-1}]$	5,9 ·
$p [\%]$	11

Rezultati mjerenja uzimajući u obzir nesigurnost mjerenja (apsolutna maksimalna pogreška):

$$\lambda = \left( 5,2 \cdot 10^7 \pm 3,5 \cdot 10^7 \right)_5 \text{ W/Km}$$

### 4.3. WIEDEMANN-FRANZOV ZAKON

U metalima električna vodljivost proporcionalna je toplinskoj vodljivosti, a to se iskazuje Wiedmann-Franzovim zakonom:

$$\frac{\lambda}{\sigma} = LT / : T$$

$$L = \frac{\lambda}{T\sigma}$$

gdje je  $L$  Lorentzov broj koji iznosi  $L=2,4 \cdot 10^{-8} \text{W}\Omega/\text{K}^2$ ,  $T$  je sobna temperatura.

Tablica 12: Wiedemann-Franzov zakon za alumijsku šipku

$\bar{\sigma} [\Omega^{-1}\text{m}^{-1}]$	$\bar{\lambda} [\text{W/Km}]$	$T [\text{K}]$	$L_{tabl.} [\text{W}\Omega/\text{K}^2]$
$3,5 \cdot 10^7$	264,6	294,15	$2,4 \cdot 10^{-8}$

Tablica 13: Wiedemann-Franzov zakon za bakrenu šipku

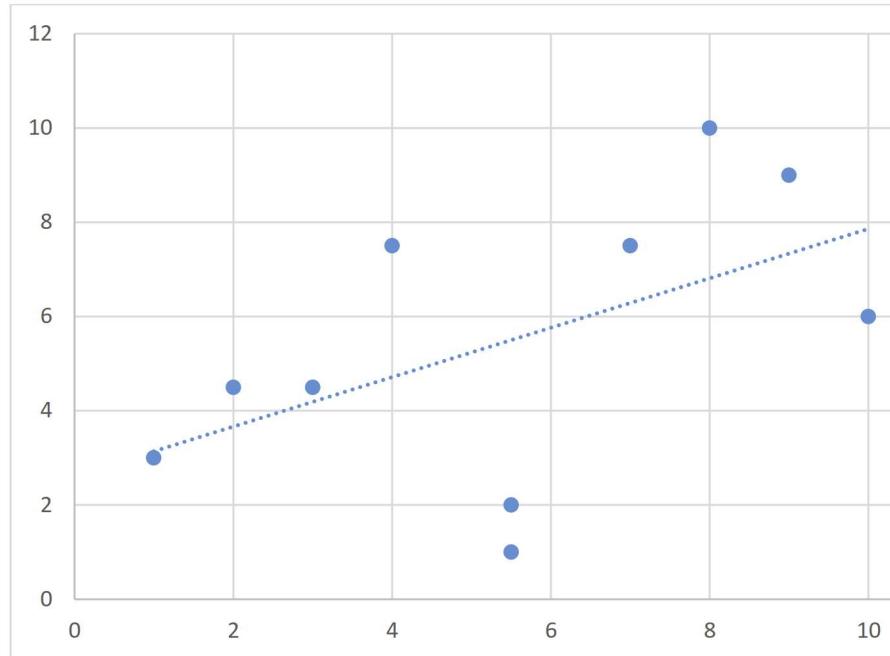
$\bar{\sigma} [\Omega^{-1}\text{m}^{-1}]$	$\bar{\lambda} [\text{W/Km}]$	$T [\text{K}]$	$L_{tabl.} [\text{W}\Omega/\text{K}^2]$
$5,2 \cdot 10^7$	265,5	294,15	$2,4 \cdot 10^{-8}$

#### 4.4. STATISTIČKA ANALIZA (SPEARMANOV KOEFICIJENT KORELACIJE)

Tablica 14: Spearmanov koeficijent korelacije između toplinske i električne vodljivosti za

$\lambda$ [W/Km]	Rang	$\sigma$ [ $10^7 \Omega^{-1} m^{-1}$ ]	Rang	d	$d^2$
262,22	1	3,35	3	-2	4,0
263,36	2	3,41	4,5	-2,5	6,3
264,25	3	3,42	4,5	-1,5	2,3
264,60	4	3,41	7,5	-3,5	12,3
265,31	5,5	3,05	2	3,5	12,3
265,31	5,5	3,09	1	4,5	20,3
265,49	7	3,29	7,5	-0,5	0,23
266,48	8	3,34	10	-2	4,0
26639	10	3,35	6	4	16
266,75	9	3,56	9	0	0

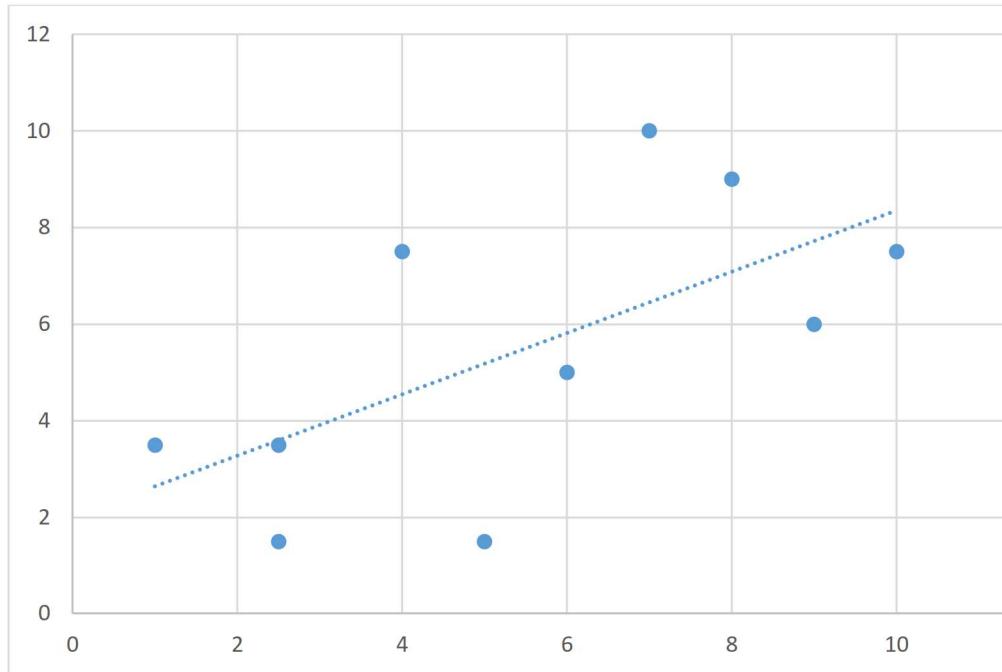
$$\sum = 77$$



Graf 6: Graf korelacije između toplinske i električne vodljivosti za aluminijsku

Tablica 15: Spearmanov koeficijent korelacije između toplinske i električne vodljivosti zemlje

$\lambda$ [W/Km]	Rang	$\sigma$ [ $10^7 \Omega^{-1} m^{-1}$ ]	Rang	d	$d^2$
263,17	1	5,41	3,5	-2,5	6,3
264,44	2,5	5,22	1,5	1	1
264,44	2,5	5,41	3,5	-1	1
264,81	4	6,27	7,5	-3,5	12,3
265,73	5	5,22	1,5	3,5	12,3
266,19	6	5,45	5	1	1
266,37	7	4,99	10	-3	9
266,65	9	5,45	6	3	9
266,56	8	6,38	9	-1	1
266,93	10	6,27	7,5	2,5	6,3
					$\sum = 5$



Graf 7: Graf korelacije toplinske i električne vodljivosti za bakrenu šipku

## 5. METODIČKA OBRADA

Sama tema Toplinska i električna vodljivost metala ne obrađuje se ni u osnovnoškolskom ni u srednjoškolskom programu. Toplinska vodljivost samo se spominje usput u cjelini Model čestične građe tvari, dok se električna vodljivost spominje u cjelini Elektrodinamika. No, tema se može uvesti u dodatnu nastavu za one učenike koji pokazuju interes za proširivanje znanja u području fizike. Tema se može obrađivati u drugom razredu opće gimnazije nakon što se prođu cjeline Model čestične građe tvari i Elektrodinamika. Cilj ove teme je da se produbi znanje i sposobnost učenika iz područja teorijske i eksperimentalne fizike.

ŠKOLA:	NASTAVNIK/ICA: Azra Kurbašić	
NASTAVNI PREDMET: FIZIKA	RAZRED: 2.	TIP NASTAVNOGA SATA: Dodatna nastava
NASTAVNA CJELINA: Model čestične građe tvari		NASTAVNA TEMA: Toplinska vodljivost metala
KLJUČNI POJMOVI	Toplinska vodljivost, toplina, toplinski kapacitet, specifični toplinski kapacitet, temperatura	
KORELACIJA	Kemija, matematika, informatika	
CILJ NASTAVNOGA SATA	Izvođenje pokusa, zapis njihova mjerena i analiza rezultata, razvijanje sposobnosti promatranja, razumijevanja i planiranja postupka rješavanja	
RAZRADA ODGOJNO - OBRAZOVNIH ISHODA	<p>FIZ SŠ A.2.8</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretira i primjenjuje različite prikaze fizičkih veličina</li> <li>• Primjenjuje i pretvara mjerne jedinice</li> <li>• Vrednuje postupak i rezultat</li> <li>• Interpretira i primjenjuje grafičke i dijagramske prikaze fizičkih veličina</li> <li>• Eksplisitno izražava nepoznatu veličinu preko poznate veličine</li> <li>• Zaključuje o međudjelovanju fizičkih veličina na temelju matematičkog modela</li> </ul> <p>FIZ SŠ A.2.9.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Istražuje pojave izvodeći učenički pokus</li> <li>• Opisuje varijable koje je potrebno održati stalnima i one koje je potrebno mijenjati</li> <li>• Izvodi mjerena prema uputama</li> <li>• Prepoznaće grube pogreške mjerena</li> <li>• Raspravlja o doprinosima različitih pogrešaka u mjerenu</li> </ul>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Računa i tumači relativnu pogrešku</li> <li>• Interpretira rezultate mjerjenja</li> <li>• Oblikuje zaključke koji odgovara na istraživačko pitanje</li> <li>• Sastavlja izvješća</li> </ul>
POVEZNOST S MEĐUPREDMETNIM TEMAMA	osr B.4.2. Suradnički uči i radi u timu osr A.1.3. Razvija svoj potencijal pod B.4.2. Planira i upravlja aktivnostima ikt C.4.4. Učenik samostalno i odgovorno upravlja prikupljenim informacijama D.4/5.2. Suradnja s drugima Učenik ostvaruje dobru komunikaciju s drugima, uspješno surađuje u različitim situacijama i spremjan je zatražiti i ponuditi pomoć
OBLICI RADA	Frontalni, individualni
NASTAVNE METODE	Metoda izvođenja pokusa, metoda razgovora, metoda izlaganja, metoda crtanja, metoda čitanja i rada na tekstu
NASTAVNA SREDSTVA I POMAGALA, IZVORI ZNANJA	Pribor za izvođenje pokusa (aluminijска и bakrena šipka, vodičи, DC izvor, kalorimetar od 500 ml, kalorimetar od 500 ml s grijачем и мјешалicom, termometar, sonde за mjerjenje temperature, vodičи, aluminijска и bakrena šipka, tronožac, hvataljke, staklena čaša, zaporna ura, termalna pasta, mrežica za leda, električno kuhalo, kuhalo za vodu), olovka, papir, kreda, interent, udžbenici
ARTIKULACIJA SATA	AKTIVNOSTI UČENIKA
1. UVODNI DIO SATA Učenicima se najavljuje tema koja će se obrađivati na dodatnoj nastavi, a to je Toplinska vodljivost metala. (5 min)	Učenici pažljivo slušaju.
2. GLAVNI DIO SATA Ovisno o dostupnom priboru učenici se dijele u grupe. Ukoliko nije dostupan pribor za više grupa radi se u jednoj grupi. Prije samog izvođenja eksperimenta učenicima je potrebno navesti pribor, opisati tijek izvođenja eksperimenta te navesti fizičke veličine koje je potrebno izmjeriti da bi se odredila toplinska vodljivost metala. Učenicima se nabraja pribor za izvođenje eksperimenta: „Aluminijска и bakrena šipka, vodičи,	Učenici pažljivo slušaju i promatraju pribor koji se nalazi na stolu.

*“DC izvor, kalorimetar od 500 ml, kalorimetar od 500 ml s grijačem i miješalicom, termometar, sonde za mjerjenje temperature, vodiči, aluminijkska i bakrena šipka, tronožac, hvataljke, staklena čaša, zaporna ura, termalna pasta, mrežica za leda, električno kuhalo, kuhalo za vodu.“ Nakon što se učenicima nabroji pribor kreće se sa postavljanjem aparature. Na svakom stolu (ako je u pitanju više grupa) nalazi se fotografija na kojoj se nalazi prikaz eksperimentalnog postava.*



Nastavnik opisuje spajanje aparature: „*Izolirani kraj metalne šipke umetne se u gornji kalorimetar. Za poboljšanje provođenja topline kraj metalne šipke koji je umetnut u kalorimetar obložimo s termalnom pastom kako bi se spriječio gubitak topline. Metalnu šipku učvrstimo hvataljkama za stalak, ali na toj visini da se ispod metalne šipke može postaviti kalorimetar. Metalna šipka na jednom svom kraju ima neizolirani kraj. Taj neizolirani kraj nalazi se u donjem kalorimetru i mora se paziti da bude potpuno uronjen u vodu. Za mjerjenje temperaturne razlike na šipci koriste se sonde koje moraju biti postavljenje što bliže šipci. Sonde se postavljaju na udaljenosti  $x = 31,5\text{ cm}$ .“ Učenici spaju aparaturu uz pomoć nastavnika.*

Nakon spajanja aparature, nastavnik postavlja pitanje: „*Da biste odredili toplinsku vodljivost metala, koje je sve veličine potrebno izmjeriti?*“

Ukoliko ne znaju odgovor na postavljeno pitanje, učenici trebaju istražiti pomoću kojeg izraza se računa toplinska vodljivost (mogu se poslužiti internetom ili materijalima koje im nastavnik doneće). Učenici istraživanjem pronalaze da se toplinska vodljivost računa pomoću sljedećeg izraza:

Učenici postavljaju pitanja ukoliko im nije jasno za što se koristi određeni pribor.

Učenici pažljivo slušaju i promatraju nastavnikovo objašnjenje za spajanje eksperimenta. Ukoliko im nije jasno kako se spaja eksperimentalni postav, postavljaju pitanja ili samostalno istražuju u materijalima koji su im dostupni.

Učenici samostalno po grupama spajaju aparaturu.

Učenici odgovaraju na postavljeno pitanje.

Učenici istražuju odgovor na postavljeno pitanje. Učenici se služe dostupnom literaturom. Pronađeni izraz za računanje toplinske vodljivosti diskutiraju međusobno. Diskusijom pokušavaju doći do odgovora koje sve fizičke veličine treba

$$\lambda = - \frac{\frac{\Delta Q_{\text{šipka}}}{\Delta t}}{S \frac{\Delta T}{\Delta x}}$$

gdje je  $S$  površina poprečnog presjeka šipke,  $x$  udaljenost između krajeva šipke,  $\Delta T$  temperaturna razlika između krajeva šipke, dok se  $\frac{\Delta Q_{\text{šipka}}}{\Delta t}$  računa na sljedeći način:

$$\frac{\Delta Q_{\text{šipka}}}{\Delta t} = \frac{\Delta Q_{\text{ukupno}}}{\Delta t} - \frac{\Delta Q_{\text{okolina}}}{\Delta t}$$

gdje se  $\frac{\Delta Q_{\text{ukupno}}}{\Delta t}$  i  $\frac{\Delta Q_{\text{okolina}}}{\Delta t}$  računa iz nagiba pravca (grafovi koji se dobiju na temelju izmjerениh vrijednosti).

Učenicima se opisuje tijek izvođenja pokusa po etapama.

Etapa 1) Određivanje toplinskog kapaciteta donjeg kalorimetra

Određivanje toplinskog kapaciteta donjeg kalorimetra određuje se na sljedeći način:  
*„Izmjerimo masu praznog kalorimetra. Nakon što se izmjeri masa praznog kalorimetra, potrebno je izmjeriti temperaturu vodovodne vode prije zagrijavanja. Ta količina vode se zatim zagrije u električnom kuhalu te se tako vruća voda ulije u staklenu čašu te se dodatno zagrijava na električnom kuhalu kako bi se postigla što viša temperatura. Zatim izmjerimo temperaturu vruće vode i temperaturu te vode kada ulijemo u kalorimetar. Nakon usipane vruće vode u kalorimetar izmjeri se masa vode i kalorimetra.“*

Toplinski kapacitet računa se prema sljedećem izrazu:

$$C_{\text{kalorimetar}} = c_{\text{vode}} \cdot m_{\text{vode}} \cdot \frac{T_W - T_M}{T_M - T_R} \quad (1)$$

gdje je  $c_{\text{vode}}$  specifični toplinski kapacitet vode,  $m_{\text{vode}}$  masa vruće vode,  $T_W$  temperatura vruće vode,  $T_M$  temperatura promiješane vode,  $T_R$  sobna temperatura.

izmjeriti za određivanje toplinske vodljivosti.

Učenici zapisuju sve potrebne formule na list papira za računanje toplinske vodljivosti. Ukoliko im nije jasno, pitaju nastavnika za pomoć.

Učenici pažljivo slušaju i zapisuju bilješke sa strane.

Ukoliko im nije jasno, postavljaju pitanja.

## Etapa 2) Određivanje utjecaja okoline na zagrijavanje vode

Sljedeći korak je određivanje utjecaja okoline na zagrijavanje vode. Učenicima se postavlja pitanje: „*Na koji način biste odredili utjecaj okoline na zagrijavanje vode?*“. Nakon što učenici iznesu svoja razmišljanja, nastavnik opisuje način određivanja utjecaja okoline na zagrijavanja: „*U kalorimetar nalijemo određenu količinu vode te stavimo komadiće leda i vodu spustimo na 0 °C. Zatim uklonimo komadiće leda iz kalorimetra te uključimo zapornu uru i mjerimo promjenu temperature u vremenskom periodu od 30 minuta.*“

Utjecaj okoline računa se na sljedeći način:

$$\Delta Q_{okolina} = (c_{vode} \cdot m_{vode} + C_{kalorimetar}) \cdot \Delta T$$

gdje je  $c_{vode}$  specifični toplinski kapacitet vode koji iznosi 4184 J/kgK,  $m_{vode}$  masa vode,  $\Delta T$  temperturna razlika (povećanje temperature vode od 0 °C pa do neke temperature  $T$  u periodu od 30 min),  $C_{kalorimetar}$  toplinski kapacitet kalorimetra koji se računa pomoću izraza (1).

## Etapa 3) Određivanje toplinske vodljivosti

Sljedeći korak je da se voda koja se nalazi u gornjem kalorimetru održava na stalnoj temperaturi pomoću grijачa (vruća voda). U donjem kalorimetru vodu se drži na 0 °C pomoću leda sve dok se sustav ne stabilizira. Potrebno je 10 do 15 min da bi se sustav stabilizirao. Kada se sustav stabilizira led se vadi iz kalorimetra te se uključuje zaporna ura i očitava temperaturu u trenutku  $t = 0$  s. Temperatura vode u donjem kalorimetru se mjeri svakih 5 minuta. Posljednje što treba izmjeriti da bih se odredili toplinska vodljivost metala je masa vode u donjem kalorimetru. Ovaj dio eksperimenta služi za dobivanje vrijednosti  $\frac{\Delta Q_{ukupno}}{\Delta t}$ . Na temelju izmjerenih vrijednosti crta se graf i iz nagiba pravca određuje  $\frac{\Delta Q_{ukupno}}{\Delta t}$ .

Učenici diskusijom i navođenjem nastavnika dolaze do odgovora.

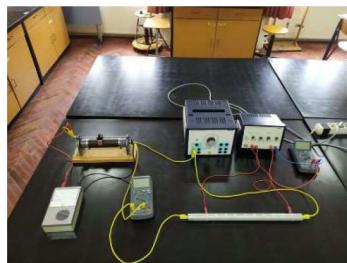
Učenici slušaju i uključuju su u razgovor.

<p>Nakon svih izmjerениh veličina određuje se toplinska vodljivost metala.</p> <p>Učenicima se dijele radni listići na kojima se nalaze upute za rad. Učenici kreću s izvođenjem eksperimenta. Učenici svoje rezultate mjerena bilježe na list papira kako bi mogli svoje rezultate obraditi nakon završetka eksperimenta.</p> <p>(120 min)</p>	<p>Učenici izvode eksperiment te međusobno komuniciraju i pokušavaju riješiti samostalno probleme ukoliko na njih naiđu.</p>
<p><b>3. ZAVRŠNI DIO SATA</b></p> <p>Nakon izvršenih mjerena, s učenicima se prokomentiraju dobiveni rezultati. Učenicima za domaću zadaću ostaje obrada podataka. Učenici svoje obrađene rezultate obrađuju u Excel-u te dobivene rezultate tablično i grafički prikazuju u zajedničkom izvješću u obliku plakata na hamer papiru.</p> <p>(5 min)</p>	<p>Učenici sudjeluju u diskusiji rezultata.</p>

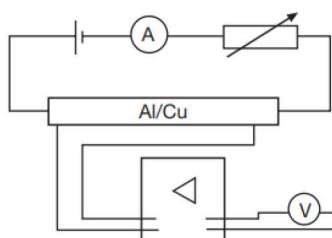
ŠKOLA:	NASTAVNIK/ICA: Azra Kurbašić
NASTAVNI PREDMET: FIZIKA	RAZRED: 2. TIP NASTAVNOGA SATA: Dodatna nastava
NASTAVNA CJELINA: Elektrodinamika	NASTAVNA TEMA: Električna vodljivost metala
KLJUČNI POJMOVI	Električna vodljivost, napon, električna struja, otpor, otpornost
KORELACIJA	Kemija, matematika, informatika
CILJ NASTAVNOGA SATA	Izvođenje pokusa, zapis njihova mjerena i analiza rezultata, razvijanje sposobnosti promatranja, razumijevanja i planiranja postupka rješavanja
RAZRADA ODGOJNO - OBRAZOVNIH ISHODA	<p>FIZ SŠ A.2.8</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretira i primjenjuje različite prikaze fizičkih veličina</li> <li>• Primjenjuje i pretvara mjerne jedinice</li> <li>• Vrednuje postupak i rezultat</li> <li>• Interpretira i primjenjuje grafičke i dijagramske prikaze fizičkih veličina</li> <li>• Eksplicitno izražava nepoznatu veličinu preko poznate veličine</li> <li>• Zaključuje o međudjelovanju fizičkih veličina na temelju matematičkog modela</li> </ul> <p>FIZ SŠ A.2.9.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Istražuje pojave izvodeći učenički pokus</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Opisuje varijable koje je potrebno održati stalnima i one koje je potrebno mijenjati</li> <li>• Izvodi mjerena prema uputama</li> <li>• Prepoznaće grube pogreške mjerena</li> <li>• Raspravlja o doprinosima različitih pogrešaka u mjerenu</li> <li>• Računa i tumači relativnu pogrešku</li> <li>• Interpretira rezultate mjerena</li> <li>• Oblikuje zaključke koji odgovara na istraživačko pitanje</li> <li>• Sastavlja izvješća</li> </ul>
POVEZNOST S MEĐUPREDMETNIM TEMAMA	<p>osr B.4.2. Suradnički uči i radi u timu</p> <p>osr A.1.3. Razvija svoj potencijal</p> <p>pod B.4.2. Planira i upravlja aktivnostima</p> <p>ikt C.4.4. Učenik samostalno i odgovorno upravlja prikupljenim informacijama</p> <p>D.4/5.2. Suradnja s drugima Učenik ostvaruje dobru komunikaciju s drugima, uspješno surađuje u različitim situacijama i spreman je zatražiti i ponuditi pomoć</p>
OBLICI RADA	Frontalni, individualni
NASTAVNE METODE	Metoda izvođenja pokusa, metoda razgovora, metoda izlaganja, metoda crtanja, metoda čitanja i rada na tekstu
NASTAVNA SREDSTVA I POMAGALA, IZVORI ZNANJA	Pribor za izvođenje pokusa (ampermetar, 2 voltmetara, reostat, aluminijска i bakrena šipka, vodiči, DC izvor, pojačalo), olovka, papir, kreda, interent, udžbenici
ARTIKULACIJA SATA	AKTIVNOSTI UČENIKA
4. UVODNI DIO SATA Učenicima se najavljuje tema koja će se obrađivati na dodatnoj nastavi, a to je Električna vodljivost metala. (5 min)	Učenici pažljivo slušaju.
5. GLAVNI DIO SATA Ovisno o dostupnom priboru učenici se dijele u grupe. Ukoliko nije dostupan pribor za više grupa, radi se u jednoj grupi. Prije samog izvođenja eksperimenta učenicima je potrebno navesti pribor, opisati tijek izvođenja eksperimenta te navesti fizičke veličine koje je potrebno izmjeriti da bi se odredila toplinska vodljivost metala.	Učenici se razmještaju u grupe ukoliko je to potrebno.

Učenicima se nabraja pribor za izvođenje eksperimenta: „Ampermeter, 2 voltmetara, reostat, aluminijска i bakrena šipka, vodiči, DC izvor, pojačalo.“ Nakon što se učenicima nabroji pribor kreće se sa postavljanjem aparature. Na svakom stolu, (ako je u pitanju više grupa) nalazi se fotografija na kojoj se nalazi prikaz eksperimentalnog postava.



Nastavnik opisuje spajanje aparature: „Bakrena šipka spaja se serijski s reostatom, izvorom i ampermetrom (ampermeter mjeri jakost električne struje), a pojačalo se spaja paralelno na bakrenu šipku, te se na pojačalo paralelno spaja ampermeter.“



Učenicima se postavlja pitanje: „Da bi se odredila električna vodljivost, koje veličine je potrebno odrediti?“ Učenici odgovaraju na postavljeno pitanje. Ukoliko ne znaju kako odrediti elektiričnu vodljivost, učenici se služe dostupim materijalima. Učenici pronalaze da se elektirična vodljivost računa kao recipročna vrijednost električne otpornosti:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Električna otpornost se računa prema izrazu koji je njima poznat s redovne nastave:

$$\rho = \frac{Rl}{S}$$

gdje je  $R$  električni otpor,  $S$  površina poprečnoj presjeka metalne šipke,  $l$  je duljina metalne šipke. Za

Učenici pažljivo slušaju i promatraju pribor koji će im biti potreban za izvođenje eksperimenta.

Učenici pažljivo slušaju i promatraju. Kreću sa postavljam eksperimentalnog postava. Ukoliko nađu na probleme pokušavaju ih samostalno riješiti.

Učenici odgovaraju na postavljeno pitanje. Ukoliko ne znaju odgovor na postavljeno pitanje, međusobno komuniciraju i pokušavaju pronaći odgovor istraživanjem

Učenici zapisuju formule na list papira.

<p>određivanje električnog otpora potreno je izmjeriti jakost električne struje i napon.</p> <p>Učenicima se opisuju postavke koje je potrebno namjestiti za pravilno izvođenje eksperimenta:</p> <p><i>„Nakon spajanja aparature na pojačalu se podešavaju sljedeće postavke:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Input: Low Drift</i></li> <li>• <i>Pojačanje: <math>10^4</math></i></li> <li>• <i>Time constant: 0</i></li> </ul> <p><i>Pojačalo je potrebno postaviti na 0 kako bi se izbjegao kolaps izlaznog napona. Reostat se zatim podešimo tako da se postavi na najveću vrijednost od 6 V koju postupno smanjujemo za 0,5 V te, za svako smanjenje napona pomoću reostata, očitati napon na voltmetru i struju na ampermetru. Potrebno je izvršiti 5 mjerena.“</i></p> <p>Nako danih uputa, učenicima se dijele radni listići na kojima se nalaze upute. Učenici izvode eksperiment. Svoja mjerena zapisuju na list papira.</p> <p>(120 min)</p>	<p>Učenici proučavaju radni listić nakon danih uputa za rad. U grupama samostalno izvode eksperiment. Učenici međusobno komuniciraju o eksperimentu i fizičkim veličinama koje trebaju dobiti. Komentiraju dobivene podatke.</p>
<p><b>6. ZAVRŠNI DIO SATA</b></p> <p>Nakon izvršenih mjerena, s učenicima se prokomentiraju dobiveni rezultati. Učenicima za domaću zadaću ostaje da obrade podatke. Učenici svoje obrađene rezultate obrađuju u Exel-u te dobivene rezultate tablično i grafički prikazuju u zajedničkom izvješću u obliku plakata na hamer papiru.</p> <p>(5 min)</p>	<p>Učenici sudjeluju u diskusiji rezultata. Postavljaju pitanja ukoliko ima nejasnoća.</p>

Prilog:

Radni listić

### **Toplinska vodljivost**

#### **Zadatak:**

- 1) Odrediti toplinski kapacitet donjeg kalorimetra.
- 2) Odrediti toplinsku vodljivost metalne šipke (bakrene i aluminijiske)

#### **Popis korištenog pribora:**

- Kalorimetar od 500 ml
- Kalorimetar od 500 ml s grijачem i miješalicom
- Termometar
- Sonde za mjerjenje temperature
- Vodiči
- Aluminijска и bakrena šipka
- Tronožac
- Hvataljke
- Staklena čaša
- Zaporna ura
- Termalna pasta
- Mrežica za led
- DC izvor
- Električno kuhalo
- Kuhalo za vodu

#### **Postupak izvođenja pokusa:**

Za određivanje toplinske vodljivosti metala prvo je potrebno odrediti toplinski kapacitet donjeg kalorimetra. Određivanje toplinskog kapaciteta donjeg kalorimetra određuje se na slijedeći način. Izmjeri se masa praznog kalorimetra. Nakon što se izmjeri masa praznog kalorimetra, potrebno je izmjeriti temperaturu vodovodne vode prije zagrijavanja. Ta količina vode se zatim zagrije u električnom kuhalu te se tako vruća voda ulije u staklenu čašu koja se dodatno zagrijava na električnom kuhalu kako bi se postigla što viša temperatura. Zatim se izmjeri temperatura vruće vode i temperaturu te vode kada se ulije u kalorimetar. Nakon usipane

vruće vode u kalorimetar izmjeri se masa vode i kalorimetra. Sljedeći korak za određivanje toplinske vodljivosti metala je taj da se odredi utjecaj okoline na zagrijavanje vode, a to se određuje tako da se u kalorimetar nalije određenu količinu vode te stave komadići leda i temperatura vode spusti na  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Zatim se uklone komadići leda iz kalorimetra i uključi zapornu uru i mjeri promjena temperature u vremenskom periodu od 30 minuta. Nakon što se odredi toplinski kapacitet kalorimetra i utjecaj okoline na zagrijavanje vode, prelazi se na slaganje aparature za određivanje toplinske vodljivosti metala. Aparaturom za izvođenje pokusa potrebno je složiti prema sljedećim slikama:



Izolirani kraj metalne šipke umetne se u gornji kalorimetar. Za poboljšanje provođenja topline kraj metalne šipke koji je umetnut u kalorimetar obloži se termalnom pastom kako bi se spriječio gubitak topline. Metalnu šipku potrebno je učvrstiti hvataljkama za stalak, ali na takvoj visini da se ispod metalne šipke može postaviti kalorimetar. Metalna šipka na jednom svom kraju ima neizolirani kraj. Taj neizolirani kraj nalazi se u donjem kalorimetru i mora se paziti da bude potpuno uronjen u vodu. Za mjerjenje temperaturne razlike na šipci koriste se sonde koje moraju biti postavljenje što bliže šipci. Sonde se postavljaju na međusobnoj udaljenosti  $x = 31,5\text{ cm}$ . Vodu koja se nalazi u gornjem kalorimetru potrebno je održavati na stalnoj temperaturi pomoću grijajućeg elementa (vruća voda). U donjem kalorimetru vodu treba držati na  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  pomoću leda sve dok se sustav ne stabilizira. Potrebno je 10 do 15 min da bi se sustav stabilizirao. Kada se sustav stabilizira led se vadi iz kalorimetra te se uključuje zaporna ura te očitava temperatura u trenutku  $t = 0\text{ s}$ . Mjeri se temperatura vode u donjem kalorimetru svakih pet minuta. Posljednje što treba, da bi se odredila toplinska vodljivost metala, je masa vode u donjem kalorimetru. Na temelju svih izmjerenih veličina određuje se toplinska vodljivost metala.

## Električna vodljivost metala

### Zadatak:

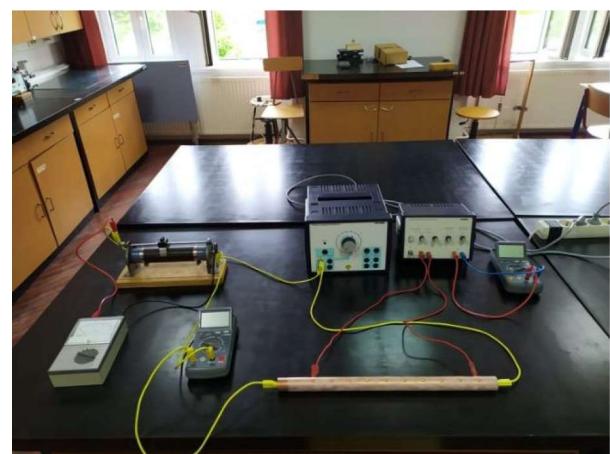
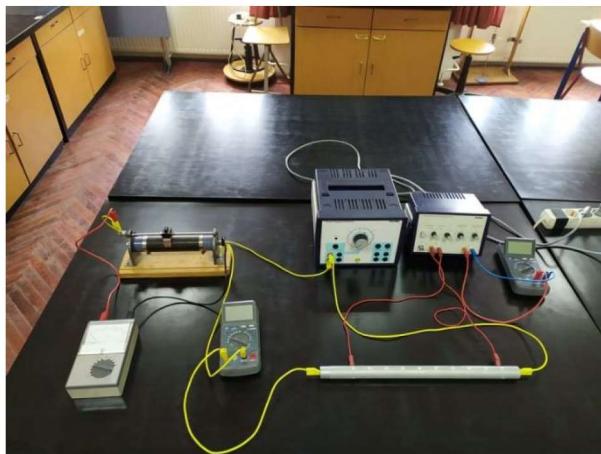
- 1) Odrediti električnu vodljivost aluminijске i bakrene šipke

### Popis korištenog pribora:

- Ampermetar
- 2 voltmetara
- Reostat
- Aluminijска и bakrena šipka
- Vodiči
- DC izvor
- Pojačalo

### Postupak izvođenja pokusa:

Za određivanje električne vodljivosti metalne šipke potrebno je složiti aparaturu prema sljedećim slikama:



Nakon spajanja aparature na pojačalu se podešavaju sljedeće postavke:

- Input: Low Drift
- Pojačanje:  $10^4$
- Time constant: 0

Pojačalo je potrebno postaviti na 0 kako bi se izbjegao kolaps izlaznog napona. Reostat se zatim podesi tako da se postavi na najveću vrijednost od 6 V koja se postupno smanjuje za 0,5 V te,

za svako smanjenje napona pomoću reostata, očitati napon na voltmetru i struju na ampermetru. Potrebno je izvršiti 5 mjerenja.

## 6. ZAKLJUČAK

Toplinsku vodljivost definiramo kao količinu topline koja prođe metalnom šipkom duljine  $L$  i poprečnog presjeka  $S$  u jedinici vremena. U eksperimentalnom dijelu rada je određena toplinska vodljivost aluminijске i bakrene šipke. Na temelju dobivenih rezultata uočavamo, na temelju postotne pogreške, da su odstupanja od tablične vrijednosti velike. Postotna pogreška za aluminijsku šipku iznosi 20,0 %, dok za bakrenu šipku iznosi 30,0 %. Ako usporedimo toplinske vodljivosti aluminijiske šipke koja iznosi  $\bar{\lambda}_{Al} = 264,6 \text{ W/Km}$  i bakrene šipke  $\bar{\lambda}_{Cu} = 265,5 \text{ W/Km}$ , uočavamo da bakrena šipka ima veću toplinsku vodljivost od aluminijiske šipke ( $\bar{\lambda}_{Cu} > \bar{\lambda}_{Al}$ ) te je stoga ona bolji toplinski vodič.

Električna otpornost materijala opisuje opiranje električne struje u materijalu. Definiranjem električne otpornosti materijala te računanjem recipročne vrijednosti određuje se električna vodljivost metala. Uočavajući postotne pogreške aluminijiske i bakrene šipke, mjerena su više nego zadovoljavajuća. Postotna pogreška za aluminijsku šipku iznosi 6,0 %, dok za bakrenu šipku iznosi 11,0%. Uspoređujući električne vodljivosti aluminijiske i bakrene šipke, gdje za aluminijsku šipku iznosi  $\bar{\sigma}_{Al} = 3,5 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$  i bakrenu šipku iznosi  $\bar{\sigma}_{Cu} = 5,2 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$ , uočavamo da je električna vodljivost bakrene šipke veća,  $\bar{\sigma}_{Cu} > \bar{\sigma}_{Al}$ .

Dakle, bakrena šipka je bolji vodič i topline i elektriciteta od aluminijiske.

Kod stastističke analize, uspoređujući ovisnost toplinske i električne vodljivosti, Spearmanov koeficijent korelacije za aluminijsku šipku iznosi 0,53, a za bakrenu šipku 0,64. Statistički je pokazano da postoji povezanost između električne i toplinske vodljivosti te da je koeficijent korelacije između njih srednje jak.

Osvrnemo li se na metodičku obradu ovih eksperimenata možemo uočiti da se njima potiče učenike na primjenu i bolje razumijevanje znanstvene metode, pobuđuje im se logičko razmišljanje, razvijanje manualnih i senzornih sposobnosti i vještina pa time i produbljuje razumijevanje gradiva. Učenici teorijske modele povezuju s pojivama i fizičkim veličinama određenim eksperimentalnim putem te im se time, na višoj kognitivnoj razini, pobuđuje interes za fizikom.

## 7. LITERATURA

1. URL: <https://thepetridish.my/2018/04/18/how-was-thermometer-invented/> (5.11.2021.)
2. Faj D, Pregled povijesti fizike, Filozofski fakultet, Osijek, 1997. (122., 141., 142. )
3. Supek I., Povijest fizike, Školska knjiga, Zagreb, 2004. (106.)
4. URL: <https://ljekarnatalan.hr/Proizvod/termometar-alkoholni/21389> (29.10.2021.)
5. Kulišić P., Mehanika i toplina, Školska knjiga, 2005. (119.,197.)
6. URL:[https://www.fkit.unizg.hr/\\_download/repository/Skripta\\_Predavanje\\_The\\_new\\_one%5B2%5D.pdf](https://www.fkit.unizg.hr/_download/repository/Skripta_Predavanje_The_new_one%5B2%5D.pdf) (20.10.2021.) (69.)
7. Incropera F.P., Dewitt D.F., Bergman T.L., Lavine A.S., Fundamentals of Heat and Mass transfer, John Wiley & Sons, 2007. (58.)
8. URL: [https://www.jstor.org/stable/224889?fbclid=IwAR0ewG8KKnDxXe-n4KPuyYhNiV\\_W8OnylvP478ifUnXxooYQnMcHQHYksw](https://www.jstor.org/stable/224889?fbclid=IwAR0ewG8KKnDxXe-n4KPuyYhNiV_W8OnylvP478ifUnXxooYQnMcHQHYksw) (2.11.2021.)
9. URL: <http://www.dsp-book.narod.ru/MISH/CH43.PDF> (4.11.2021.)
10. URL: <https://mathworld.wolfram.com/MaclaurinSeries.html> (1.11.2021.)
11. URL: [https://ocw.mit.edu/courses/aeronautics-and-astronautics/16-050-thermal-energy-fall-2002/lecture-notes/10\\_part3.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/aeronautics-and-astronautics/16-050-thermal-energy-fall-2002/lecture-notes/10_part3.pdf) (15.9.2021.)
12. URL: [http://www.phy.uniri.hr/~vlabinac/files/index/skripte/top\\_pregled.pdf](http://www.phy.uniri.hr/~vlabinac/files/index/skripte/top_pregled.pdf) (30.10.2021.)
13. Holman J.P., Heat Transfer, McGraw-Hill, 2010.
14. Šips V, Uvod u fiziku čvrstog stanja, Školska knjiga, Zagreb, 1991. (138.)
15. Paar V., Hrlec A., Valjda Rešetar K., Sambolek M., Fizika oko nas 2, Školska knjiga, Zagreb, 2020.
16. Cengel J.A., Heat Transfer
17. Nellis G., Klein S., Heat transfer, Cambridge Universiti Press, 2009.
18. [https://www.veleri.hr/files/datotekep/nastavni\\_materijali/k\\_poduzetnistvo\\_s1/Kvantitativne\\_za\\_poduzetnike\\_Pr2\\_Izv.pdf](https://www.veleri.hr/files/datotekep/nastavni_materijali/k_poduzetnistvo_s1/Kvantitativne_za_poduzetnike_Pr2_Izv.pdf) (17.12.2021.)
19. Diplomski rad, preuzeto:  
<https://repositorij.rgn.unizg.hr/islandora/object/rgn%3A149/datastream/PDF/view>
20. [https://www.nikhef.nl/~h73/kn1c/praktikum/phywe/LEP/Experim/3\\_5\\_02.pdf](https://www.nikhef.nl/~h73/kn1c/praktikum/phywe/LEP/Experim/3_5_02.pdf) (17.12.2021.)

## **ŽIVOTOPIS**

Azra Kurbašić rođena je 18.01.1997. godine u Virovitici u Republici Hrvatskoj. Pohađala je Osnovnu školu „Voćin“ u Voćinu. Po završetku osnovne škole upisuje srednju školu Marka Marulića u Slatini, smjer opća gimnazija te ju završava 2015. godine. Iste godine upisuje preddiplomski studij na Odjelu za fiziku u sastavu Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku. Preddiplomski studij završava 2019. godine te iste godine upisuje diplomski studij, smjer fizika i informatika. Neki od hobija su kuhanje i putovanja.