

# Termoelektronska emisija

---

Pejičić, Rea

Undergraduate thesis / Završni rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Physics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za fiziku**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:160:037062>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-11-27**



Repository / Repozitorij:

[Repository of Department of Physics in Osijek](#)



**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU**  
**ODJEL ZA FIZIKU**



**REA PEJIČIĆ**

**TERMOELEKTRONSKA EMISIJA**

**Završni rad**

**Osijek, 2017.**

**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU**  
**ODJEL ZA FIZIKU**



**REA PEJIČIĆ**

**TERMOELEKTRONSKA EMISIJA**

**Završni rad**

Predložen Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku  
radi stjecanja zvanja prvostupnice fizike

**Osijek, 2017.**

**“ Ovaj završni rad je izrađen u Osijeku pod vodstvom doc.dr.sc. Denisa Stanića u sklopu Sveučilišnog preddiplomskog studija fizike na Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku. „**

## Sadržaj

### UVOD

1. SVOJSTVA METALA I POLUVODIČA
  - 1.1. KLASIFIKACIJA ČVRSTIH TIJELA
  - 1.2. EMISIJA ELEKTRONA IZ METALA
2. SOMMERFELDOV MODEL METALA
  - 2.1. NORMALNI METALI
    - 2.1.1. ALKALIJSKI METALI
    - 2.1.2. PLEMENITI PLINOVI
    - 2.1.3. PRIJELAZNI METALI PRVE GRUPE
3. TERMOELEKTRONSKA EMISIJA
  - 3.1. PLIN SLOBODNIH ELEKTRONA
  - 3.2. ELEKTRONSKI PLIN PRI TEMPERATURI APSOLUTNE NULE
  - 3.3. TOPLINSKI KAPACITET ELEKTRONA U METALU
  - 3.4. TERMOELEKTRONSKA EMISIJA
4. PRIMJENE
  - 4.1. ELEKTRONSKA CIJEV
  - 4.2. ODNOS STRUJE I NAPONA U DIODI

### LITERATURA

### ŽIVOTOPIS

Odjel za fiziku

## TERMoeLEKTRONSKA EMISIJA

REA PEJIČIĆ

### Sažetak

U ovom završnom radu opisana je pojava termoelektronske emisije. Osim same termoelektronske emisije ovaj rad sadrži teme koje nam pomažu shvatiti tu pojavu. Ukratko govoreći, termoelektronska emisija je pojava kada slobodni elektroni zagrijavanjem dobivaju dovoljnu energiju za napuštanje metala. Na kraju rada sam navela primjenu termoelektronske emisije i zašto je ona tehnički najvažnija emisija.

Rad je pohranjen u knjižnici Odjela za fiziku

Ključne riječi : elektron / emisija / toplinski kapacitet / Sommerfeldov model / katodna cijev

Mentor : doc.dr.sc. Denis Stanić

Ocjenjivači :

Rad prihvaćen :

THERMOELECTRIC EMISSION

REA PEJIČIĆ

Abstract

This bachelor's thesis describes the phenomenon of thermoelectric emission. Apart from the thermoelectric emission itself, this paper contains topics that help us understand this phenomenon. Briefly, a thermoelectric emission is a phenomenon when free electrons get enough energy to leave the heated metal. At the end of my work, I came up with the use of thermoelectric emissions and why it is technically the most important emission.

Thesis deposited in Department of Physics library

Keywords : electron / emission / thermal capacity / Sommerfeld model / cathode tube

Supervisor : Denis Stanić, Ph.D

Reviewers :

Thesis accepted :

## **Uvod**

Kada se slobodnim elektronima daju veće energije od energije koja je potrebna da elektron napusti metal, dolazi do pojave emisije elektrona. S obzirom na način kojim se elektronu predaje energija, postoje 4 načina emisije elektrona: jakim električnim poljima, termoelektronska emisija, fotoemisija i sekundarna emisija. U ovom se radu opisuje na termoelektronskoj emisiji i pobliže pojašnjavam Sommerfeldov model metala.



## 1. Svojstva metala i poluvodiča

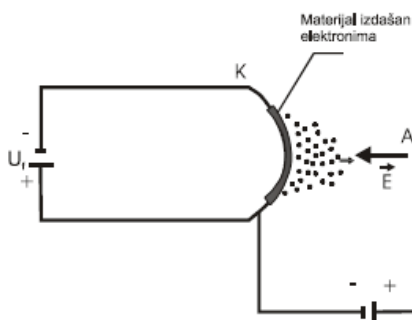
### 1.1. Klasifikacija čvrstih tijela

Čvrsta tijela možemo podijeliti po njihovim svojstvima na više načina, na primjer po strukturi, fizikalnim svojstvima, kemijskim svojstvima, ili nekim drugima. Elektroni koji se nalaze u vanjskoj ljusci atoma, tj. valentni elektroni ključni su za razumijevanje kako tih svojstava tako i karaktera sila koje drže atom na okupu.

Ako promatramo strukturu, tj. raspored atoma i molekula, čvrsta tijela dijelimo na amorfna i kristale. Amorfna tijela su tijela kod kojih je raspored atoma ili grupa atoma nepravilan, a kristali imaju pravilan poredak atoma i molekula. S obzirom na sile koje drže atom kristala na okupu moguće je kristale čvrstih tijela podijeliti na ionske, metalne, kovalentne i molekularne.

### 1.2. Emisija elektrona iz metala

Više je vrsta emisije elektrona iz metala i ovdje ćemo ih navesti i pobliže objasniti. Jedan od načina dobivanja elektrona je vrlo jakim električnim poljima. Drugi način je termoelektronska ili termionska emisija. Treći način je fotoemisija i četvrti je sekundarna emisija. Termoelektronsku emisiju ćemo pobliže razraditi dalje u radu. Kod fotoemisije izboj elektrona nastaje zbog svjetlosnog udara na površinu metala i ona ovisi o jakosti svjetlosti. Kod ove emisije broj emitiranih elektrona je proporcionalan s jakosti zračenja koje padaju na metal. Primjećeno je i da za neke vrste svjetlosti ne dolazi do emisije. Sekundarna emisija nastaje udaranjem čestica (npr. elektrona, iona, itd) u neki čvrsti materijal. Prilikom udarca čestice u metal može se primijetiti emitiranje elektrona. Ovisno o vrsti i energiji čestice koje udaraju u metal varirat će količina emitiranih elektrona. Čestice koje udaraju u metal nazivaju se primarne čestice, a emitirani elektroni sekundarne čestice.



Slika 1. Stvaranje elektronskog oblaka zagrijavanjem metala

Slika 1 prikazuje katodu i elektronski oblak koji nastaje u njenoj okolini. Nas zanima kako je došlo do stvaranja elektronskog oblaka. U samom metalu postoje energetske razine, pa će jedan dio elektrona u vanjskom omotaču atoma metala imati sposobnost gibanja pod djelovanjem vanjskog električnog polja (vođenje struje kroz metal). Ako se tim slobodnim elektronima daju veće energije od energije koja je potrebna da elektron napusti metal, dolazi do pojave emisije elektrona. [4]

## 2. Sommerfledov model metala

### 2.1 Normalni metali

Energijski spektar elektrona u vodikovu atomu određen je Bohrovom formulom:

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}; n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.1)$$

Znatno je teže odrediti energijski spektar višeelektronskih atoma. Energiju elektrona mogli bismo izračunati tek onda kada bismo uvažili međuelektronsko odbijanje. Kvalitativne rezultate možemo dobiti relativno jednostavnim razmatranjem. To ćemo ilustrirati na primjeru atoma natrija. Elektronska konfiguracija u osnovnom stanju jest ( $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ ). Težeći pojednostavljenju, pretpostavit ćemo da se svaki elektron giba u Coulombovu potencijalu:

$$V(r) = \frac{Z_{ef} e}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad (2.2)$$

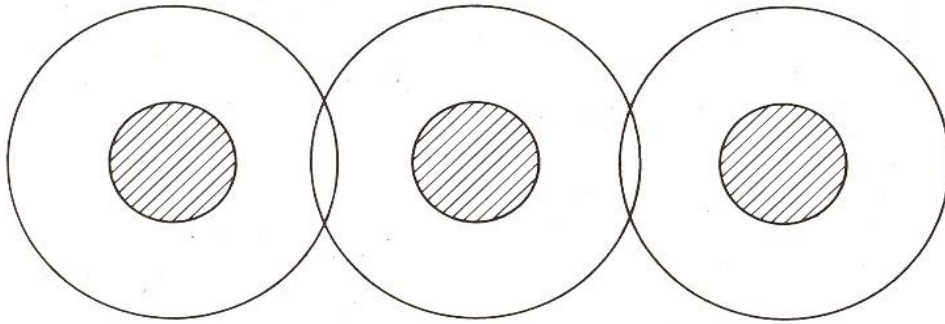
Sa  $Z_{ef}e$  označili smo efektivan pozitivni naboj koji djeluje na elektron. On se smanjuje porastom glavnog kvantnog broja  $n$  jer elektroni iz unutrašnjih energijskih ljusaka zasjenjuju djelovanje jezgre. Zamjenjujući u izrazu (2.1)  $e^2$  sa  $Z_{ef}e^2$  određujemo energijski spektar elektrona:

$$E_n = -\frac{m Z_{ef}^2 e^4}{8\varepsilon_0 h^2 n^2}; n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.3)$$

Srednja udaljenost elektronskog oblaka od jezgre približno je jednaka radijusu Bohrove kružnice:

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 n^2 h^2}{\pi m Z_{ef} e^2} \quad (2.4)$$

Prema izrazima (2.3.) i (2.4) valentni (vanjski) elektron ima mnogo manju energiju veze, a mnogo veću protegnutost oblaka naboja od elektrona iz unutrašnjih energijskih ljusaka (vezani). Zamislimo da smo mnoštvo natrijevih atoma skupili u metal. Prosječna udaljenost valentnog elektrona od jezgre u izoliranom atomu postaje usporediva s udaljenošću između susjednih atoma u metalu (slika 2).



Slika 2. Prekrivanje oblaka valentnih elektrona u metalu (shematski prikaz)

Valentne funkcije valentnih elektrona iz susjednih atoma u metalu se znatno prekrivaju. Gustoća vjerojatnosti valentnog elektrona nije više lokalizirana na određeni atom. Valentni elektroni se kolektiviziraju. Valentni elektroni u metalu prelaze od jednog atoma do drugoga i tvore metalnu vezu. Prekrivanje valentnih funkcija elektrona iz unutrašnjih energijskih iz unutrašnjih energijskih ljusaka je slabo. Oni uglavnom ostaju vezani za matične atome i raspoređuju se u metalu mnogo manje od valentnih elektrona. Zato naboje u metalu natrija dijelimo na valentne elektrone i pozitivne ione. Svaki ion natrija sastavljen je od jezgre i elektrona popunjenih energetskih ljusaka K i L. Time dolazimo do zaključka da su u izoliranom atomu elektroni iz unutrašnjih energijskih ljusaka separirani od valentnih elektrona. Na osnovi ovoga razmatranja definiramo model metala. Zamišljamo metal kao nakupinu elektrona i pozitivnih iona koji su lokalizirani oko ravnotežnog položaja u metalu. Ovaj model neće dobro opisivati sve metale nego samo one u kojima je prekrivanje valnih funkcija valentnih i unutrašnjih elektrona slabo. Taj kriterij je ispunjen u alkalijskim metalima ali i u aluminiju i magneziju koje zbog strukture nazivamo normalnim metalima. U normalne metale ubrajamo i plemenite metale koji također sadrže jedan valentni elektron, no prekrivanje njegove valne funkcije i valne funkcije unutrašnjih elektrona nije zanemarivo.

### 2.1.1 Alkalijski metali

Elektroni u atomu alkalijskog metala popunjavaju unutrašnje energijske ljuske, a jedan elektron se nalazi u vanjskoj ljusci. To je valentni elektron atoma. Alkalijski metali kristaliziraju se u prostorno centriranu kubnu rešetku. Porastom rednog broja atoma povećavaju se prosječne međuatomske udaljenosti, a opadaju energija veze i temperatura tališta metala.

Tablica 1. Neke karakteristike alkalijskih metala

Metal	Li	Na	K	Rb	Cs
Redni broj elementa	3	11	19	37	55
Glavni kvantni broj valentnog elektrona $n$	2	3	4	5	6
Duljina brida elementarne ćelije, $a/\text{Å}$	3,50	4,28	5,56	5,62	6,05
Kohezivna energija, $E_{\text{koh}}/\text{eV}$	1,56	1,13	1,00	0,82	0,78
Talište, $T_t/\text{K}$	452	371	337	312	299

### 2.1.2. Plemeniti metali

Atomi plemenitih metala su jednovalentni. Kristaliziraju se u plošno centriranu kubnu rešetku. Valentni elektroni nisu toliko izrazito odvojeni od elektrona unutrašnjih ljusaka kao u alkalijskim metalima. U plemenitim metalima jače se prekrivaju i valne funkcije elektrona iz unutrašnjih ljusaka susjednih atoma, pa i oni pridonose učvršćenju metalne veze. Zbog toga su kohezivne energije veće i tališta plemenitih metala mnogo viša nego u alkalijskim metalima.

Tablica 2. Karakteristike plemenitih metala

Metal	Cu	Ag	Au
Redni broj elementa	29	47	79
Glavni kvantni broj valentnog elektrona $n$	4	5	6
Duljina brida elementarne ćelije, $a/\text{Å}$	3,61	4,08	4,07
Kohezivna energija, $E_{\text{koh}}/\text{eV}$	3,51	2,95	3,77
Talište, $T_t/\text{K}$	1356	1234	1336

### 2.1.3. Prijelazni metali prve grupe

U prijelaznim metalima prve grupe unutrašnja energijska 3d - podljuska nije kompletno zaposjednuta elektronima, pa je njezin magnetski moment različit od nule. Magnetska svojstva naročito su izražena u metalima željeza, kobalta i nikla koji su feromagnetni. Prijelazni metali prve grupe kristaliziraju u prostorno centriranu kubnu rešetku, plošno centriranu kubnu rešetku i heksagonsko gusto slaganu rešetku. Općenito se struktura prijelaznih metala prve vrste mijenja s promjenom temperature. Budući da elektroni iz 3d – stanja bitno učvršćuju vezu, kohezivne energije tih metala jesu velike, a tališta visoka.

Tablica 3. Karakteristike prijelaznih metala prve grupe

Metal	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni
Redni broj elementa $n$	22	22	23	24	25	26	27	28
Kohezivna energija, $E_{\text{koh}}/\text{eV}$	3,9	4,8	5,2	3,5	2,9	4,3	4,4	4,4
Talište, $T_t/\text{K}$	1812	1933	2163	2130	1518	1808	1768	1726

### 3. Termoelektronska emisija

#### 3.1. Plin slobodnih elektrona

Pojavljuje se problem kako ćemo opisati međudjelovanje u sustavu izgrađenom od valentnih elektrona i pozitivnih iona. Pozitivni ioni i preostali elektroni na svaki elektron djeluju Coulombovim silama. Zbog velikog broja čestica taj problem ne znamo egzaktno riješiti pa ćemo ga pojednostavniti. Iskustvo nam govori da su elektroni vezani za metal a njegova emisija iz metala nastaje zbog djelovanja nekih vanjskih sila. Srednja potencijalna energija elektrona u metalu manja je nego izvan njega. Najjednostavnije je zamisliti da je u cijelom metalu elektronska energija snižena za konstantnu vrijednost, pa razmotriti kretanje tako vezanog elektrona. To je osnovna pretpostavka Sommerfeldova modela metala (1928. god.)

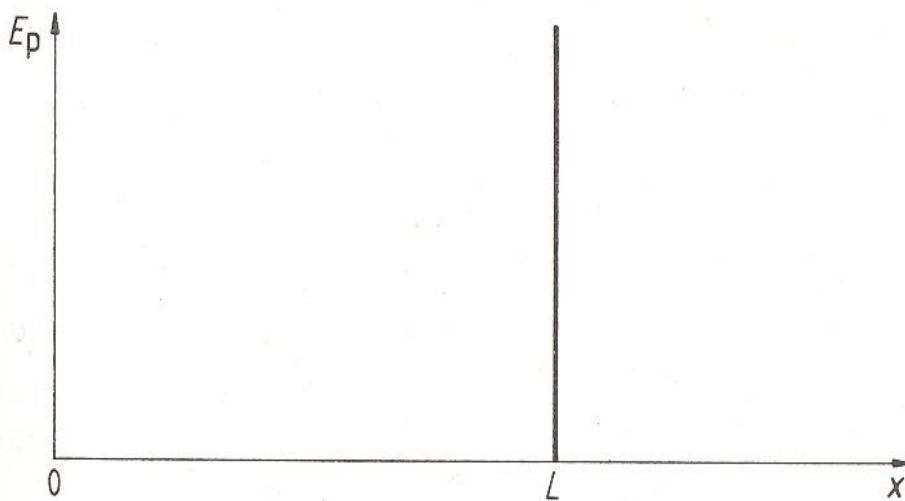
Njegov model temelji se na dvjema pretpostavkama:

- a) Pozitivni ioni su u metalu jednoliko razmazani
- b) Na tom pozitivnom jednoliko razmazanom naboju elektroni se gibaju međusobno nezavisno

U ovome modelu se zanemaruje bilo koji oblik interakcije i razmatra se kretanje nezavisnog elektrona u pravokutnoj potencijalnoj jami. Tu elektrone shvaćamo kao molekule idealnog plina, pa govorimo o plinu slobodnih elektrona.

Sommerfeld je na elektrone u metalu primijenio Fermi-Diracovu statistiku čime je otkrio nove karakteristike elektronskog sustava koje su nepoznate u klasičnoj teoriji.

Zamislimo slobodni elektron koji se giba u kocki brida  $L$  (slika 3.).



Slika 3. Jednodimenzionalna pravokutna potencijalna jama beskonačne dubine

Njegova kvantna stanja određena su Schrödingerovom jednačinom:

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2} E(\Psi) \quad (3.1)$$

Valna funkcija mora iščezavati na granicama kocke. To su rubni uvjeti koje mora zadovoljavati valna funkcija. Neka je cijeli prostor ispunjen ekvivalentnim kockama kojima su bridovi loženi u smjerovima koordinatnih osi. Pretpostavljamo da se gibanje elektrona ne razlikuje od kocke do kocke. Zahtjevamo da se valna funkcija elektrona ponavlja pri prijelazu iz jedne kocke u drugu. Valna funkcija se ne smije promijeniti ako se u smjeru proizvoljne koordinatne osi pomaknemo za duljinu brida kocke L:

$$\Psi(x, y, z) = \Psi(x + L, y, z) = \Psi(x, y + L, z) = \Psi(x, y, z + L) \quad (3.2)$$

To su početni rubni uvjeti.

Rješenja jednačine (3.1) jesu ravni valovi:

$$\Psi_k = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad (3.3)$$

Gdje je V volumen kocke:  $V=L^3$  (3.4).

Valne funkcije  $\Psi_k$  zadovoljavaju uvjet normiranja

$$\int \Psi_{k'}^* \Psi_k dV = \delta_{k'k} \quad (3.5),$$

Gdje je  $\delta_{k'k}$  Kroneckerov simbol, a integral se proteže po volumenu V. Valnoj funkciji  $\Psi_k$  korespondira energija

$$E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \quad (3.6)$$

Valnu funkciju i energiju numerirali smo valnim vektorom  $\vec{k}$  koji nije proizvoljan nego je određen periodičnim rubnim uvjetima. Iz relacija (3.2) i (3.3) proizlazi uvjet

$$e^{ik_x L} = e^{ik_y L} = e^{ik_z L} = 1, \quad (3.7)$$

odakle za komponentne valnog vektora  $\vec{k}$  dobivamo

$$k_x = \frac{2\pi}{L} n_x, k_y = \frac{2\pi}{L} n_y, k_z = \frac{2\pi}{L} n_z, \quad n_x, n_y, n_z = 0, +1, +2, \dots \quad (3.8)$$



Uvrštavajući (3.8) u (3.6), izračunavamo energiju

$$E(k) = \frac{\hbar^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2). \quad (3.9)$$

Elektroni zadovoljavaju Paulijev princip, prema kojem svako kvantno stanje može sadržavati najviše jedan elektron. Svakom kvantnom stanju su pridružene dvije spinske orijentacije, istu vrijednost kvantnih brojeva  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$  mogu poprimiti najviše dva elektrona. Makroskopski uzorci metala sadrže mnoštvo elektrona pa će pri temperaturi apsolutne nule maksimalne vrijednosti tih brojeva u popunjenim kvantnim stanjima biti vrlo velike. Razmak susjednih energetske nivoa, određenih (3.9), zanemariv je prema energiji najvišega zauzetoga kvantnog stanja. Energija elektrona se mijenja kontinuirano što nam omogućuje da definiramo gustoću stanja  $g(E)$  kao kontinuiranu funkciju energije. Pomoću nje određujemo transformaciju sa sume preko kvantnih stanja na integral po energiji:

$$\sum_{s\vec{k}} \rightarrow \int g(E) dE. \quad (3.10)$$

Prema izrazu (3.8) broj valnih vektora s x-komponentom u intervalu  $dk_x$  je:

$$dn_x = \frac{L}{2\pi} dk_x. \quad (3.11)$$

Analogno vrijedi i za preostale dvije komponente:

$$dn_y = \frac{L}{2\pi} dk_y \quad (3.12)$$

$$dn_z = \frac{L}{2\pi} dk_z. \quad (3.13)$$

Množenjem izraza (3.11), (3.12) i (3.13), za broj orbitalnih stanja u diferencijalnom elementu  $\vec{k}$ -prostora

$$d^3k = dk_x dk_y dk_z \quad (3.14)$$

dobivamo

$$d^3n = \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 d^3k. \quad (3.15)$$

Gdje je  $L^3=V$ . (3.16)

Zbog jednostavnosti odabrat ćemo kocku jediničnog volumena ( $V=1\text{m}^3$ ), pa nakon množenja sa spinskim faktorom 2, za broj stanja u diferencijalnom elementu  $d^3k$  dobivamo

$$2d^3n = \frac{2}{(2\pi)^3} d^3k. \quad (3.17)$$

Ukupan broj kvantnih stanja u jediničnom volumenu jednak je integralu izraza (3.17) preko svih valnih vektora:

$$\sum_{s\vec{k}} \rightarrow \frac{2}{(2\pi)^3} \int d^3k. \quad (3.18)$$

Energija ovisi samo o iznosu valnog vektora i tada ćemo diferencijalni element  $\vec{k}$ -prosora izraziti u polarnom koordinatnom sustavu, što nakon angularne integracije daje

$$\int d^3k = 4\pi \int k^2 dk. \quad (3.19)$$

Iz izraza (3.10), (3.18) i (3.19) možemo izračunati

$$\frac{1}{\pi^2} \int k^2 dk = \int g(E) dE, \quad (3.20)$$

odakle za gustoću stanja  $g(E)$  slijedi

$$g(E) = \frac{k^2}{\pi^2 \frac{dE}{dk}}. \quad (3.21)$$

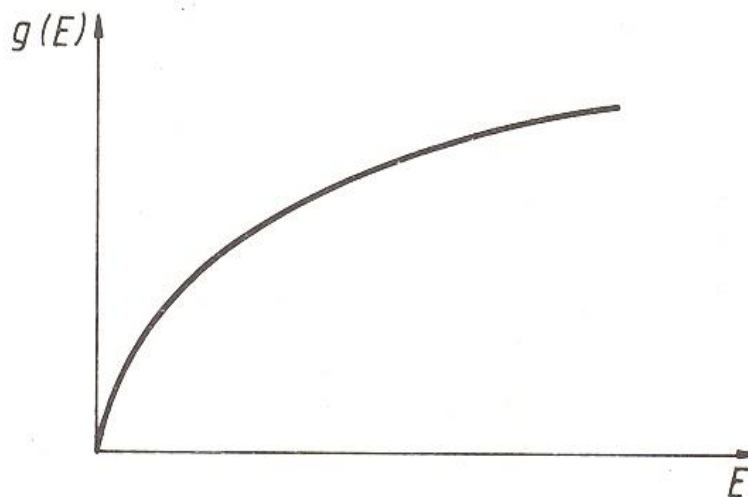
To je opći izraz za gustoću stanja sferičnih energijskih ploha i njega primjenjujemo na Sommerfeldov model metala. Deriviranjem izraza (3.6) dobivamo

$$\frac{k^2}{\frac{dE}{dk}} = \frac{mk}{\hbar^2} = \frac{m}{\hbar^3} \sqrt{2mE}, \quad (3.22)$$

pa za gustoću stanja u Sommerfeldovom modelu dobivamo

$$g(E) = \frac{m\sqrt{2mE}}{\pi^2 \hbar^3}. \quad (3.23)$$

Gustoća stanja je proporcionalna s korijenom energije i prikazana je na slici 4.



Slika 4. Gustoća stanja u Sommerfeldovom modelu

### 3.2 Elektronski plin pri temperaturi apsolutne nule

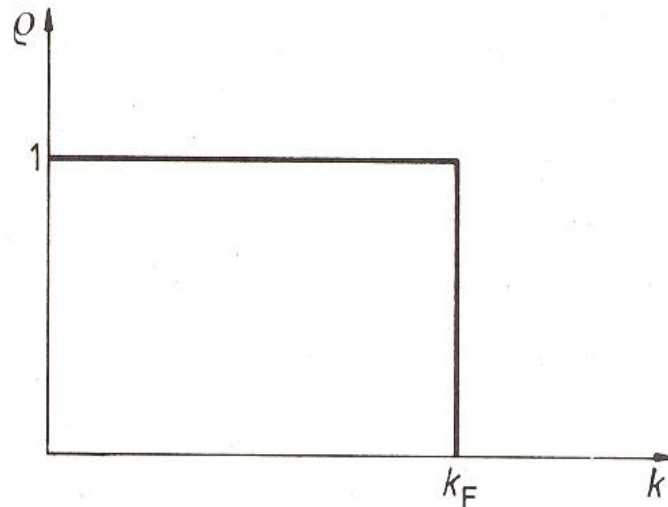
Paulijev princip određuje osnovne značajke elektronske raspodjele pri temperaturi apsolutne nule. U limesu  $T \rightarrow 0K$  raspodjela elektrona se razlikuje od klasične Boltzmannove raspodjele. Takav plin nazivamo degenerirani elektronski plin. Pri toj temperaturi elektroni redom zaposjedaju najniža kvantna stanja koja su obilježena spinom i valnim vektorom. Valni vektor koji je pridružen stanju maksimalne zauzete energije pri temperaturi apsolutne nule nazivamo Fermijev valni vektor i označavamo ga s  $\vec{k}_F$ . On je veći što je veća koncentracija elektrona. Koncentraciju pozitivnih iona u metalu označit ćemo s  $N$ , a sa  $Z$  broj kolektiviziranih elektrona. Što znači da je koncentracija kolektiviziranih elektrona  $ZN$ . Vezu između koncentracije i Fermijeva valnog vektora dobivamo iz uvjeta da je ukupan broj elektrona jednak zbroju zauzetih kvantnih stanja:

$$ZN = \sum_{s\vec{k}} \rho(\vec{k}) . \quad (3.24)$$

Gdje je s  $\rho(\vec{k})$  označena Fermi-Diracova funkcija raspodjele. Iz relacije (3.18) proizlazi

$$\sum_{s\vec{k}} \rho(\vec{k}) = \frac{2}{(2\pi)^3} \int \rho(\vec{k}) d^3k . \quad (3.25)$$

Za funkciju raspodjele pri temperaturi apsolutne nule vrijede uvjeti prikazani na slici 5.



Slika 5. Elektronska funkcija raspodjele pri  $T=0K$

$$\rho(\vec{k}) = \begin{cases} 1, & k \leq k_F \\ 0, & k \geq k_F \end{cases} \quad (3.26)$$

S obzirom da vrijede uvjeti (3.16) relacija (3.25) postaje

$$\sum_{s\vec{k}} \rho(\vec{k}) = \frac{2}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{k_F} k^2 dk . \quad (3.27)$$

Trostruki integral s desne strane izraza (3.27) je  $4\pi k_F^3/3$ . Iz izraza (3.24) i (3.27) dobivamo

$$ZN = \frac{k_F^3}{3\pi^2} . \quad (3.28)$$

Tipične koncentracije elektrona u metalu iznose  $ZN \approx 10^{29} m^{-3}$ , što za tipične vrijednosti Fermijeva valnog broja daje  $k_F \approx 10^{10} m^{-1}$ . Energija najvišeg zauzetog stanja pri temperaturi apsolutne nule nazivamo Fermijeva energija i ona je proporcionalna s kvadratom Fermijeva valnog broja:

$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} , \quad (3.29)$$

i ima značenje kemijskog potencijala elektrona pri temperaturi apsolutne nule. Iz izraza (3.28) i (3.29) za Fermijevu energiju dobivamo

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 ZN)^{\frac{2}{3}}. \quad (3.30)$$

Fermijeve energije elektrona u metalima iznose nekoliko elektronvolti, a jedan elektronvolt jednak je termičkoj energiji  $k_B T_0$  pri temperaturi

$$T_0 = \frac{1eV}{k_B} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} J}{1,38 \cdot 10^{-23} JK^{-1}} = 11\,600 K,$$

odakle vidimo da su Fermijeve energije elektrona u metalima mnogo veće od termičkih energija. Energija elektronskog plina se mijenja vrlo malo zagrijavanjem od apsolutne nule do temperature taljenja, što znači da ju možemo izračunati pri svim temperaturama primjenom aproksimacije apsolutne nule. Pomoću relacije (3.26) i rezultata (3.23), prema kojem je gustoća stanja proporcionalna s korjenom energije, za prosječnu energiju elektrona pri temperaturi apsolutne nule slijedi

$$\overline{E}_0 = \frac{\int_0^\infty E g(E) \rho(E) dE}{\int_0^\infty g(E) \rho(E) dE} = \frac{\int_0^{E_F} E^{3/2} dE}{\int_0^{E_F} E^{1/2} dE} = \frac{3}{5} E_F. \quad (3.31)$$

Što za ukupnu energiju elektronskog plina u jediničnom volumenu metala dobivamo

$$U_0 = ZN\overline{E}_0 = \frac{3}{5} ZNE_F. \quad (3.32)$$

Izrazi (3.31) i (3.32) opisuju kinetičku energiju elektrona jer smo pretpostavili da je potencijalna energija jednaka nuli. Relacijom (3.31) definirana je srednja vrijednost kvadrata elektronske brzine:

$$\overline{v^2} = \frac{3}{5} v_F^2, \quad (3.33)$$

gdje je  $v_F$  iznos Fermijeve brzine koja je pridružena Fermijevoj energiji:

$$E_F = \frac{mv_F^2}{2}, \quad (3.34)$$

ako ovaj izraz usporedimo s relacijom (3.30) proizlazi

$$v_F = \frac{\hbar}{m} \sqrt[3]{3\pi^2 ZN}. \quad (3.35)$$

Tipične vrijednosti Fermijeve brzine u metalima približno su  $v_F \approx 10^6$  m/s i vidimo da su mnogo manje od brzina svjetlosti pa elektronsku dinamiku u metalu proučavamo u nerelativističkoj

aproksimaciji. Temperatura pridružena Fermijevoj energiji naziva se Fermijeva temperatura i njezine su vrijednosti vrlo visoke u metalima:

$$T_F = \frac{E_F}{k_B}. \quad (3.36)$$

U tipičnim metalima Fermijeva temperatura iznosi nekoliko desetaka tisuća kelvina što odlučujuće utječe na statističko ponašanje elektrona u metalima. U tablici 4 su prikazane elektronske koncentracije, Fermijevi valni brojevi, Fermijeve brzine, Fermijeve energije i Fermijeve temperature elektrona u jednovalentnim metalima.

Tablica 4.

Metal	$N/(10^{29} \text{ m}^{-3})$	$k_F/(10^{10} \text{ m}^{-1})$	$v_F/(10^6 \text{ m/s})$	$E_F/\text{eV}$	$T_F/\text{K}$
Li	4,28	1,13	1,30	4,82	55 900
Na	2,60	0,92	1,06	3,20	37 100
K	1,39	0,74	0,86	2,11	24 000
Rb	1,16	0,70	0,81	1,87	21 700
Cs	0,93	0,65	0,75	1,61	18 700
Cu	8,50	1,36	1,57	7,05	81 700
Ag	5,76	1,19	1,38	5,44	63 100
Au	5,90	1,20	1,39	5,52	64 000

### 3.3 Toplinski kapacitet elektrona u metalima

Veliki uspjeh klasične Drudeove teorije elektronskog plina bio je izvod Wiedemann-Franzova zakona, prema kojem je omjer toplinske i električne provodnosti metala proporcionalan s temperaturom. Međutim, Drudeova teorija potpuno je zakazala pri tumačenju toplinskog kapaciteta metala. Prema klasičnoj statističkoj fizici prosječna energija elektrona iznosi  $3k_B T/2$ , pa za unutrašnju energiju elektronskog plina dobivamo:

$$U = \frac{3ZNk_B T}{2} \quad (3.37)$$

Derivacijom unutrašnje energije po temperaturi izračunavamo toplinski kapacitet:

$$C_V = \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{3ZNk_B}{2} \quad (3.38)$$

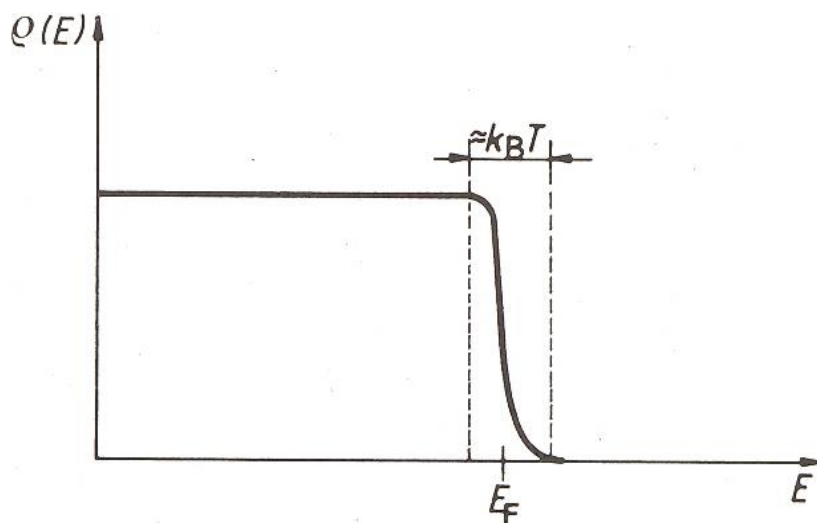
Tu vrijednost morali bismo dodati doprinosu koji opisuje titranje kristalne rešetke (fononski doprinos). Međutim, eksperimentalni rezultati pokazuju da pri normalnim temperaturama elektroni praktički ne utječu na toplinski kapacitet metala. Pri normalnim temperaturama zadovoljavajuće slaganje teorije s eksperimentom dobivamo ako zanemarimo elektronski doprinos. Klasična teorija nije objasnila zašto pri normalnim temperaturama elektroni ne pridonose ukupnom toplinskom kapacitetu metala. Tu osobinu elektronskog plina rastumačio je Sommerfeld 1928. god., primijenivši na elektrone kvantnu statistiku. Analogija između molekula idealnog plina i elektrona u metalu je samo djelomična iz razloga što se ta dva plina razlikuju prema statističkoj raspodjeli čestica. Sommerfeld je pokazao da je toplinski kapacitet slobodnih elektrona proporcionalan s temperaturom i da je koeficijent proporcionalnosti toliko malen da ga pri sobnim temperaturama možemo zanemariti. Sommerfeldov račun možemo provesti i za nešto općenitiji model pretpostavkom da smo aproksimativno odredili jedenočestična elektronska stanja u metalu uvažavajući djelovanje periodičnog polja rešetke i međudjelovanje elektrona. Time su određene elektronska energija i prikladna gustoća stanja  $g(E)$ . Razmatrat ćemo općenitu gustoću stanja, pri čemu je jedina pretpostavka da se ona polagano mijenja u blizini Fermijeve energije. Elektronska raspodjela opisana je Fermi-Diracovom funkcijom:

$$\rho(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1}, \quad (3.39)$$

gdje je  $E_F$  Fermijeva energija elektronskog plina pri temperaturi  $T$ . U daljnjem razmatranju pretpostavit ćemo da se Fermijeva energija elektrona u metalima ne mijenja s temperaturom. Fermijeve energije su pri svim temperaturama mnogo veće od termičke energije

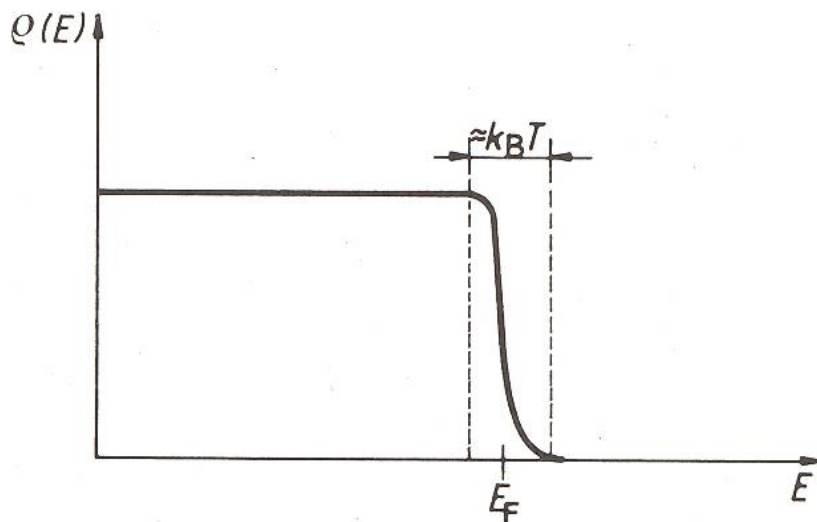
$$E_F \gg k_B T. \quad (3.40)$$

Takav plin nazivamo jako degenerirani Fermijev plin i u njemu su funkcije raspodjele ograničene na interval približne širine  $k_B T$  oko Fermijeve energija što je prikazano na slici 6.



Slika 6. Funkcija raspodjele u jako degeneriranom Fermijevom plinu

Pomnožimo li gustoću stanja s funkcijom raspodjele, dobivamo gustoću zauzetih stanja  $g(E)\rho(E)$ . Kao i funkcija raspodjele, u blizini Fermijeve energije ona se naglo približava nuli, što vidimo na slici 7. Radi jednostavnosti pretpostavit ćemo da gustoća zauzetih stanja praktički pada na nulu u energijskom intervalu širine  $k_B T$ .



Slika 7. Gustoća zauzetih stanja u jako degeneriranom Fermijevu plinu

Budući da smo pretpostavili da je gustoća stanja oko Fermijeve energije gotovo konstantna, za broj termički pobuđenih elektrona možemo približno pisati:

$$N_{ef} \approx g(E_F)k_B T \quad (3.41)$$



Prosječnom pobuđenom elektronu energija se približno povećava za  $k_B T$ , pa unutrašnju energiju elektronskog plina aproksimiramo izrazom:

$$U \approx U_0 + N_{ef} k_B T \approx U_0 + g(E_F)(k_B T)^2 \quad (3.42)$$

gdje je  $U_0$  unutrašnja energija elektronskog plina pri temperaturi apsolutne nule.

Toplinski je kapacitet odeređen relacinom:

$$C_V = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \approx 2g(E_F) k_B^2 T \quad (3.43)$$

Toplinski kapacitet elektronskog plina u metalima proporcionalan je s umnoškom gustoće stanja na Fermijevoj energiji i temperature. Točnijim računom se dobiva:

$$C_V = \frac{\pi^2 k_B^2 T}{3} g(E_F). \quad (3.44)$$

Taj ćemo rezultat primijeniti na Sommerfeldov model i tada dobivamo:

$$g(E_F) = \frac{m}{\pi^2 \hbar^3} \sqrt{2mE_F}, \quad (3.45)$$

što primjenom izraza za Fermijevu energiju postaje

$$g(E_F) = \frac{3ZN}{2E_F}. \quad (3.46)$$

Pomoću izraza (3.44) i (3.46) izvodimo Sommerfeldovu formulu za toplinski kapacitet jako degeneriranog idealnog elektronskog plina:

$$C_V = \frac{\pi^2 k_B^2 ZNT}{2E_F} = \frac{\pi^2 k_B ZN}{2} \cdot \frac{T}{E_F}. \quad (3.47)$$

Prvi faktor s desne strane izraza (3.47) približno je jednak rezultatu klasične statističke fizike (3.38), a faktor  $k_B T/E_F$  reducira taj rezultat što je posljedica Paulijevog principa.

Zanemarimo li dodatne efekte, toplinski kapacitet metala možemo napisati kao zbroj elektronskog i fononskog doprinosa, pri čemu razmatramo samo akustičke fonone. Pri temperaturama koje su mnogo više od Debyeove temperature  $\Theta$ , toplinski kapacitet fonona iznosi  $3Nk_B$ , pa ukupni toplinski kapacitet postaje

$$C_V^{tot.} = 3Nk_B + \gamma T, \quad T \gg \theta. \quad (3.48)$$

Parametar  $\gamma$  ovisi o modelu koji primjenjujemo za izračunavanje elektronskog doprinosa. U Sommerfeldovom modelu je

$$\gamma = \frac{\pi^2 k_B^2 ZN}{2 E_F} = \frac{k_B^2 k_F m}{3 \hbar^2}. \quad (3.49)$$

Doprinosa  $\gamma T$  mnogo je manje od doprinosa  $3Nk_B$  što ukazuje na to da bi elektronska dinamika bitnije utjecala na toplinski kapacitet metala tek pri temperaturama koje su mnogo više od temperature tališta metala. Odnos elektronskog i fononskog doprinosa toplinskom kapacitetu metala mijenja se sa sniženjem temperature. Niskotemperaturni analog relacije (3.47) glasi

$$C_V^{tot.} = \beta T^3 + \gamma T, \quad T \ll \theta, \quad (3.50)$$

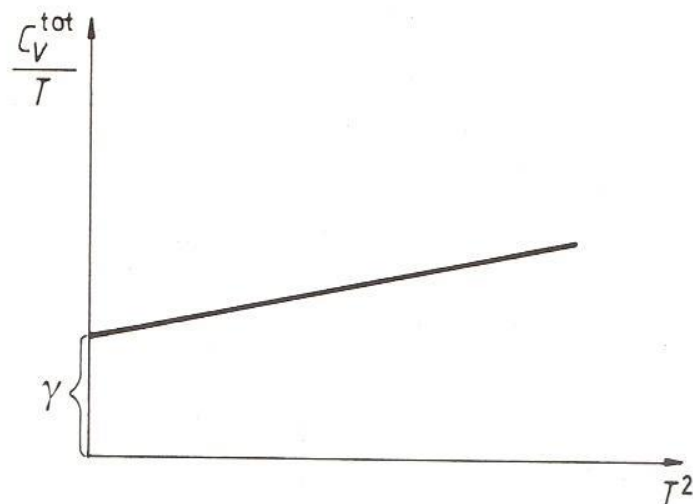
Pri čemu je u Debyeovu modelu

$$\beta = \frac{12\pi^4 N k_B}{5\theta^3}. \quad (3.51)$$

Što je niža temperatura, omjer elektronskog i fononskog doprinosa je veći. Ispod temperatura reda veličine 1K elektronski doprinos toplinskom kapacitetu metala postaje dominantan. Podijelimo izraz (3.50) temperaturom i dobivamo izraz

$$\frac{C_V^{tot.}}{T} = \gamma + \beta T^2. \quad (3.52)$$

Nacrtamo li  $C_V^{tot.}/T$  kao funkciju od  $T^2$ , dobivamo jednadžbu pravca koji je prikazan na slici 8. Mjerenjima toplinskog kapaciteta metala pri niskim temperaturama potvrđuje se ovaj rezultat.



Slika 8. Ovisnost  $C_V^{tot}/T$  o  $T^2$  u metalima

Parametre  $\beta$  i  $\gamma$  možemo odrediti iz nagiba pravca i odsjeka na ordinati sa slike 8. Odsupanje  $\gamma_{eksp.}$ , koja je vrijednost parametra dobivena eksperimentalno, od teorijske vrijednost (3.49) opisat ćemo termičkom masom elektrona  $m^*$ . Analogno relaciji (3.49) definiramo:

$$\gamma_{eksp.} = \frac{k_B^2 m^* k_F}{3h^2}. \quad (3.49')$$

U tablici 5 navedene su vrijednosti efektivne termičke mase elektrona za jednovalentne metale.

Metal	Li	Na	K	Rb	Cs	Cu	Ag	Au
$\frac{m^*}{m}$	2,23	1,25	1,24	1,24	1,27	1,46	0,99	1,14

### 3.4. Termoelektronska emisija

Bez obzira na to što se unutrašnja energija elektronskog plina pri zagrijavanju metala se mijenja vrlo polagano pojedini elektroni pri tome bitno povećavaju svoju energiju. Pri visokim temperaturama pojedini elektroni dobivaju dovoljnu energiju pomoću koje mogu napustiti metal i ta pojava se naziva termoelektronska emisija. Ako na emitirane elektrone djeluje električno polje, nastaje električna struja. Ona raste s pojaćanjem električnog polja sve dok ne dosegne vrijednost zasićenja. Struja zasićenja ovisi o broju emitiranih elektrona i temperaturi metala.

Temperaturna ovisnost gustoće struje zasićenja izražena je Dushman-Richardsonovom formulom:

$$j = AT^2 e^{-\frac{\Phi}{k_B T}}. \quad (3.53)$$

$A$  i  $\Phi$  su parametri koji se određuju eksperimentalno. Vrijednost tih parametara za različite metale su navedeni u tablici 6.

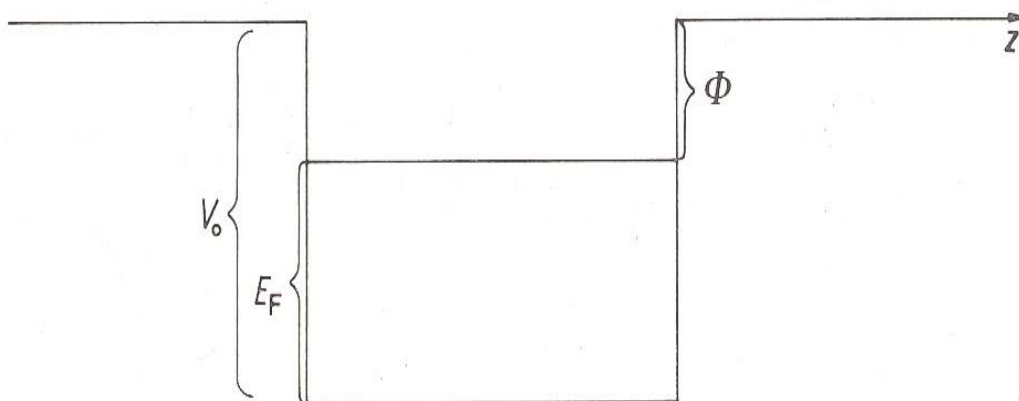
Tablica 6. Parametri  $A$  i  $\Phi$  za neke metale

Metal	Ba	Ca	Cr	Cs	Mo	Ni	Pt	Ta	W
$A/\frac{A}{cm^2 K^2}$	60	60	48	160	55	27	32	55	75
$\Phi/eV$	2,5	3,2	4,6	1,8	4,3	5,0	5,3	4,2	4,5

Razmatramo termoelektronsku emisiju s pretpostavkom da se elektroni gibaju u pravokutnoj jami dubine  $V_0$ , koja je prikazana na slici 9. Energiju elektrona mjerit ćemo od dna potencijalne jame. Pri temperaturi apsolutne nule elektroni zaposjedaju energijske nivoe od nule do Fermijeve energije  $E_F$ . Elektron s vrha Fermijeve raspodjele može napustiti metal ako se energija poveća za

$$\Phi = V_0 - E_F. \quad (3.54)$$

$\Phi$  je energija koja predravlja izlazni rad elektrona.



Slika 9. Pravokutna potencijalna jama dubine  $V_0$

Zagrijavanjem metala i prelaskom elektrona na više energetske nivoe povećavaju se i njihove brzine. Ovisnost raspodjele o brzini elektrona određena je Fermi-Diracovom funkcijom raspodjele:

$$\rho(v) = \frac{1}{e^{\left(\frac{mv^2}{2} - E_F\right)/k_B T} + 1}. \quad (3.55)$$

Promatramo raspodjelu izlaznih elektrona. Da bi elektron napustio metal, njegova kinetička energija mora biti veća ili barem jednaka dubini potencijalne jame:

$$\frac{mv^2}{2} \geq V_0. \quad (3.56)$$

Time dobivamo:

$$\frac{mv^2}{2} - E_F \geq V_0 - E_F = \Phi. \quad (3.57)$$

Iz tablice 6 vidimo da su tipične vrijednosti izlaznog rada elektrona u metalima nekoliko elektronvolta što znači da je pri svim temperaturama nižima od tališta metala ispunjen uvjet  $\Phi \gg k_B T$  pa slijedi

$$e^{\left(\frac{mv^2}{2} - E_F\right)/k_B T} \gg 1. \quad (3.58)$$

Uvrštavamo (3.58) u (3.55) i dobivamo

$$\rho(v) = e^{\frac{E_F}{k_B T} - \frac{mv^2}{2k_B T}}. \quad (3.59)$$

$$\rho \gg 1. \quad (3.60)$$

Samo mali postotak elektrona ima dovoljnu termičku energiju koja je potrebna da napusti metal, a pri malim koncentracijama čestica vrijedi klasična statistička raspodjela. Elektroni emitirani iz metala zadovoljavaju Maxwell-Boltzmannovu raspodjelu što je Richardson eksperimentalno dokazao.

Neka je izlazna ploha metala okomita na os z. Iz metala izlaze elektroni kojima je z komponenta brzine manja od kritične brzine  $v_0$  koja je određena relacijom

$$V_0 = \frac{mv_0^2}{2}. \quad (3.61)$$

Označimo li sa  $e$  iznos elektronskog naboja, iznos gustoće struje izvan metala iznosi

$$j = \sum_{s\vec{k}} e v_z \rho(v). \quad (3.62)$$

U gornjem izrazu sumiramo preko elektrona u jediničnom volumenu metala kojima je  $z$  komponenta brzine veća ili jednaka kritičnoj brzini  $v_0$ :

$$v_z \geq v_0 = \sqrt{\frac{2V_0}{m}}. \quad (3.63)$$

Sumu preko spina  $s$  i valnog vektora  $\vec{k} = m\vec{v}/\hbar$  transformirat ćemo u integral preko elektronske brzine

$$\sum_{s\vec{k}} \rightarrow \frac{2}{(2\pi)^3} \int d^3k = 2 \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int d^3v, \quad (3.64)$$

odakle izračunavamo izlaznu struju:

$$j = 2e \left(\frac{m}{h}\right)^3 e^{\frac{E_F}{k_B T}} \int v_z e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}} d^3v. \quad (3.65)$$

Integral ćemo odrediti u cilindričnom koordinatnom sustavu. Uvodimo oznake

$$u^2 = v_x^2 + v_y^2, \quad (3.66)$$

dolazimo do

$$v^2 = u^2 + v_z^2 \quad (3.67)$$

$$\int d^3v = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty u du \int_{v_0}^\infty dv_z.$$

$$j = 2e \left(\frac{m}{h}\right)^3 e^{\frac{E_F}{k_B T}} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}} u du \int_{v_0}^\infty e^{-\frac{mv_z^2}{2k_B T}} v_z dv_z$$

$$j = 2e \left(\frac{m}{h}\right)^3 e^{\frac{E_F}{k_B T}} \cdot 2\pi \cdot \frac{k_B T}{m} \cdot \frac{k_B T}{m} e^{-\frac{mv_0^2}{2k_B T}}. \quad (3.68)$$

Uvažavajući (3.54) i (3.61) možemo pisati

$$E_F - \frac{m v_0^2}{2} = E_F - V_0 = -\Phi, \quad (3.69)$$

pa izraz za gustoću struje postaje

$$j = \frac{4 \pi e m (k_B T)^2}{h^3} e^{-\frac{\Phi}{k_B T}}. \quad (3.70)$$

Usporedimo li izraze (3.53) i (3.70) dobijemo izraz za parametar A:

$$A = \frac{4 \pi e m k_B^2}{h^3} = 120 \text{ A/cm}^2 \text{ K}^2. \quad (3.71)$$

Ova dobivena vrijednost se dobro podudara s eksperimentalnim vrijednostima iz tablice 6.

U klasičnoj statističkoj fizici se dobiva drugačija formula za gustoću struje zasićenja. Primjenom Maxwell-Boltzmannove raspodjele Richardson je izveo relaciju

$$j = B\sqrt{T} e^{-\frac{V_0}{k_B T}}, \quad (3.72)$$

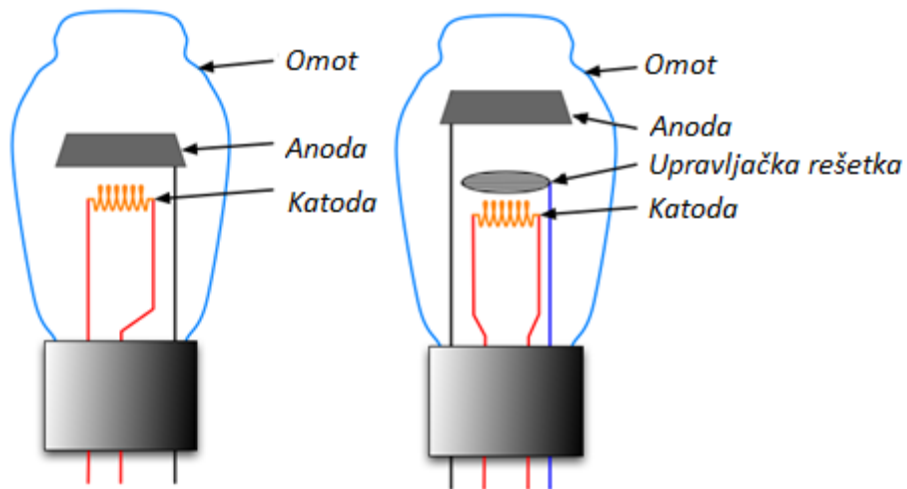
gdje je B novi parametar. Gornji izraz se razlikuje od izraza (3.70) u to što je faktor  $T^2$  zamijenjen faktorom  $\sqrt{T}$ , a izlazni rad se mjeri od dna potencijalne jame. [1],[2]

#### 4. Primjene

##### 4.1 Elektronska cijev

Termoelektronska emisija je tehnički najvažnija emisija. Njeno otkriće je vodilo ka izumu elektronske cijevi koja je značajni dio povijesnog razvoja tehnologije. Elektronska cijev se sastoji od elektroda u što savršenijem vakuumu u izolacijskom toplinsko otpornom omotu. Koristi se vakuum iz razloga da ne bi došlo do reagiranja čestica u cijevi sa anodom ili katodom. Elektrode su priključene na vodove koji prolaze kroz omot putem hermički zatvorenog prolaza tako da zrak ne može ulaziti. Vodovi su tako poredani da je sasvim jednostavno zamijeniti pokvarenu za novu elektronsku cijev. Najjednostavnije vakuumske cijevi podsjećaju na obične žarulje. Kada je žarna nit dovoljno užarena otpušta elektrone u vakuum i taj proces je proces termoelektronske emisije. Žarenjem katode dio elektrona dobiva dovoljno energije za napuštanje katode. Elektroni će biti povučeni na metalnu ploču unutar omota, ako je ploča (anoda) pozitivno nabijena u odnosu na žarnu nit. Rezultat je tok elektrona iz niti do ploče. Vakuumske cijevi zahtijevaju velike temperaturne razlike između vruće katode i hladne anode zbog čega su elektronske cijevi energetske neučinkovite. Nekad se dodaje druga elektroda između anode i katode koja služi kao kontrolna rešetka. Tada to više nije dioda nego trioda. Trioda je uređaj koji kontrolira protok elektrona između anode i katode. Dioda i trioda su prikazane na slici 10. U većini strujnih krugova učinkovitost cijevi je 30-60%, što znači da 40-70% ulazne snage je

potrošeno na toplinu. Ta toplina se troši na zračenje crnog tijela (anode) kao infra crveno zračenje. [3]



Slika 10. Dioda i trioda



Slika 11. Elektronska cijev



## 4.2. Odnos struje i napona u diodi

Ako konstruiramo vakuumsku cijev sa dvije elektrode, jednom kao termoelektronskom katodom, a drugu kao elektronskim kolektorom ili anodom, dobit ćemo diodu, jednu od najjednostavnijih elektornskih cijevi. Elektroni koji se emitiraju sa katode, bit će izvlačeni na anodu, ako je njen potencijal viši od potencijala katode. Kada je anoda polarizirana negativno u odnosu na katodu, elektroni će se odbijati i anoda će skupljati zanemarivo malu struju. Dioda je time ispravljач, odnosno ona propušta struju u samo jednom smjeru. Promatramo jednostavan slučaj, kada su anoda i katoda paralelne ravne ploče na maloj udaljenosti. Zanima nas kako struja  $i$  ovisi o anodnom potencijalu  $V$ . Odnos struje i napona za diodu ograničenu prostornim nabojem izvest ćemo razmatrajući najjednostavniji rubni slučaj, odnosno kada je ne postoji polje koje djeluje na emitirane elektrone. Za izvod ćemo koristiti Poissonovu jednadžbu, zakon o očuvanju energije, zakon o očuvanju struje i rubne uvjete.

Poissonova jednadžba glasi:

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = \frac{-\rho(x)}{\epsilon_0} \quad (4.1)$$

Zakon o očuvanju energije možemo pisati u obliku:

$$eV(x) = \frac{1}{2} m[v(x)]^2 \quad (4.2)$$

Gdje je  $V(x)$  potencijal, a  $v(x)$  brzina. Očuvanje struje znači da gustoća struje  $J$  ne ovisi o  $x$ , odnosno udaljenosti od ploče. Nju možemo izraziti preko gustoće naboja i brzine:

$$J = \rho(x)v(x). \quad (4.3)$$

Gustoću i brzinu možemo eliminirati ako napišemo:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_0} = -\frac{J}{\epsilon_0 v(x)} = -\frac{J}{\epsilon_0 \sqrt{2mV(x)}} \quad (4.4)$$

Ako obje strane jednadžba (4.4) pomnožimo sa  $2dV(x)/dx$  i integriramo po  $x$ , dobijemo:

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 = \frac{-4JV^{1/2}}{\epsilon_0 \sqrt{2m}} + C_1 \quad (4.5)$$

Iz rubnog uvjeta  $x=0$  dobivamo da je  $C_1=0$ .

Ako uzmemo kvadratni korjen jednadžbe (4.5) i ponovimo integral, dobijemo:

$$\frac{4}{3} V^{3/4} = 2\sqrt{-J/\epsilon_0} \left(\frac{1}{2m}\right)^{1/4} x + C_2. \quad (4.6)$$

Gdje je  $C_2$  također jednako nuli. Rješavanjem jednadžbe (4.6) dobijamo struju  $J$ :

$$J = -\frac{4}{9} \epsilon_0 (2m)^{\frac{1}{2}} \frac{[V(x)]^{\frac{3}{2}}}{x^2}. \quad (4.7)$$

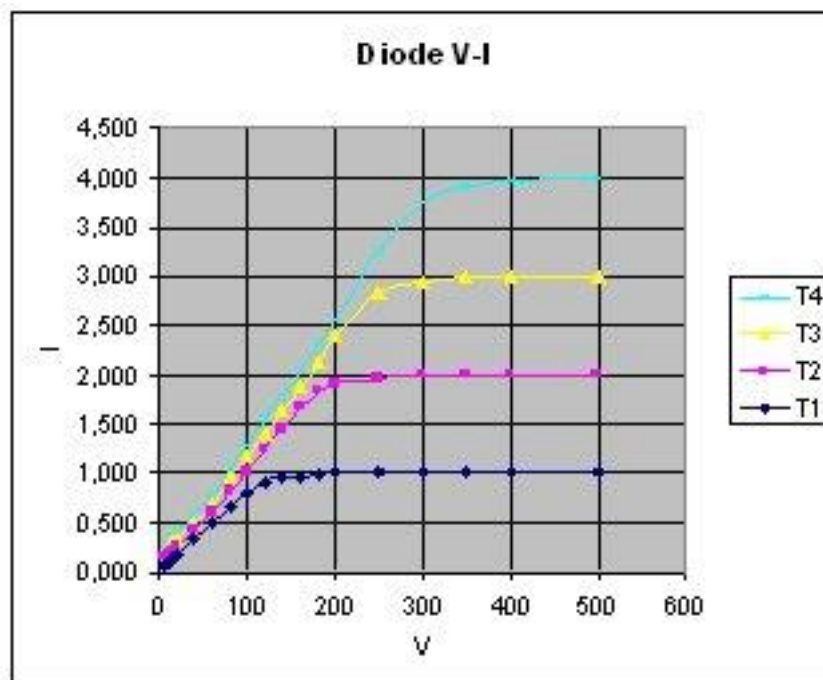
Uvrstimo eksperimentalne vrijednosti za  $e$ ,  $m$  i  $\epsilon_0$ :

$$J = -2,33 \cdot 10^{-6} \frac{[V(x)]^{3/2}}{x^2} \text{ A/m}^2. \quad (4.8)$$

Negativan predznak ovdje predstavlja smjer struje koja teče u  $x$  smjeru.  $V(x)$  je potencijal u točki  $x$  izražen u voltima. Ako je potencijal na anodi  $V_a$  volti, a razmak između katode i anode iznosi  $d$  metara, gustoća struje iznosi

$$J = -2,33 \cdot 10^{-6} \frac{V_a^{3/2}}{d^2} \text{ A/m}^2. \quad (4.9)$$

Rezultati (4.8) i (4.9) poznati su kao Langmuir-Childov zakon ili zakon tri polovine i on je prikazan na slici 12 za četiri različite temperature. [5]



Slika 12. Langmuir-Childov zakon

## **Zaključak**

Otkriće termoelektronske emisije je dovelo do značajnog pomaka u tehnologiji 19. stoljeća, što je bila velika prekretnica za razvoj tehnologije kakvu danas poznajemo. Iako više nema široku primjenu bitan je dio za razumijevanje rada vodiča i poluvodiča. Iako je ta tehnologija sa današnjeg stajališta zastarjela, zamjenjena je novijim tehnologijama kao na primjer LCD-om. Ova tema je zanimljiva i korisna za razumijevanje prelaska s klasične na kvantnu fiziku iz razloga što se koristeći rezultate klasične fizike uz pomoć kvantne statističke teorije došlo do novih zaključaka.

## **Literatura**

- [1] Šips, V. Uvod u fiziku čvrstog stanja: Zagreb: Školska knjiga, 1991.
- [2] Superk, I. Teorijska fizika i struktura materije: drugi dio: Zagreb: Školska knjiga, 1977.
- [3] Trupina, P. Elektronska cijev: Prirodoslovno- Matematički Fakultet Split
- [4] Papić, V. Predavanja iz osnova elektronike: Split: Sveučilište u Splitu, 2005.
- [5] Hemenway, C. Fizička elektronika: Beograd: Građevinska knjiga, 1974.

## **Životopis**

Rea Pejičić, rođena 16.01.1993. godine u Osijeku, gdje i trenutno živi. Osnovnu školu završila u Višnjevcu i upisuje II.gimnaziju u Osijeku nakon čega upisuje Odjel za fiziku Osijek gdje i sada studira.