

Sudari u prometu

Novaković, Anja

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Physics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za fiziku**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:160:005220>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-14**



Repository / Repozitorij:

[Repository of Department of Physics in Osijek](#)



SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

ODJEL ZA FIZIKU



ANJA NOVAKOVIĆ

SUDARI U PROMETU

Diplomski rad

Osijek, 2019.

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

ODJEL ZA FIZIKU



ANJA NOVAKOVIĆ

SUDARI U PROMETU

Diplomski rad

predložen Odjelu za fiziku Sveučilišta J.J.Strossmayera u Osijeku radi stjecanja
akadenskog naziva **MAGISTRA EDUKACIJE FIZIKE I INFORMATIKE**

Osijek, 2019.

„Ovaj diplomski rad je izrađen pod vodstvom doc. dr. sc. Denisa Stanića kao mentora u sklopu Sveučilišnog diplomskog studija fizike i informatike na Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku“

SADRŽAJ

1.	UVOD	1
2.	KAKO JE SVE POČELO	2
2.1	Prapovijest	2
2.2	Prve civilizacije	3
2.3	Od Aristotela do Novog vijeka	3
2.4	Suvremena fizika	8
3.	FIZIKALNI POJMOVI, VELIČINE I ZAKONI POTREBNI ZA ANALIZU SUDARA	9
3.1	Put, vrijeme i brzina	9
3.2	Newtonovi zakoni	13
3.3	Relevantne sile	19
3.4	Rad i energija	23
3.5	Zakoni očuvanja	24
4.	SUDARI	27
4.1	Neelastičan sudar	27
4.1.1	Savršeno neelastičan sudar	28
4.2	Elastičan sudar	30
4.2.1	Elastičan centralni sudar	30
4.2.2	Elastičan necentralni sudar	36
5.	PRIMJENA FIZIKALNIH VELIČINA I ZAKONA U ANALIZI SUDARA	38
5.1	Zaustavni put vozila	40
5.2	Određivanje brzine vozila	42
5.3	Vremensko prostorna analiza	45
6.	PRIMJER ANALIZE SUDARA	48
6.1	Brzine kretanja	49
6.2	Put i vrijeme zaustavljanja vozila	51
6.3	Položaj vozila na cesti neposredno prije i u trenutku sudara	52

6.4	Mogućnost izbjegavanja sudara	54
6.5	Granična brzina kretanja kroz zavoj.....	55
7.	ZAKLJUČAK	59
8.	LITERATURA.....	61
	ŽIVOTOPIS	63

SUDARI U PROMETU

ANJA NOVAKOVIĆ

Sažetak

Na početku diplomskog rada istaknuta je uloga fizike i njezine praktične primjene u analizi sudara, nakon čega je ukratko prikazan razvoj mehanike kroz povijest. U trećem poglavlju opisane su temeljne fizikalne veličine i zakoni bez kojih ne bi bilo moguće analizirati sudar, vrste sudara, te osnovne zakonitosti koje se pri njima javljaju, što je detaljnije razrađeno u slijedećem poglavlju. U petom poglavlju povezane su fizikalne veličine razmotrene ranije sa konkretnom primjenom, te jednadžbe koje se temeljem znanja iz prethodnih poglavlja primjenjuju u analizi sudara. U šestom poglavlju dan je primjer analize stvarnog sudara sa odgovorima na konkretna, često postavljena pitanja relevantna u istom.

(63 stranice, 15 slika, 2 tablice, 29 literaturna navoda)

Rad je pohranjen u knjižnici Odjela za fiziku

Ključne riječi: sudar, sraz, analiza sudara, gibanje, količina gibanja

Mentor: doc. dr. sc. Denis Stanić

Ocjenjivači: doc.dr.sc. Maja Varga Pajtler, mr.sc. Slavko Petrinšak

Rad prihvaćen:

TRAFFIC COLLISIONS

ANJA NOVAKOVIĆ

Abstract

At the beginning of the thesis, an emphasized was put on the role of physics and its practical application in the collision analysis, followed by a brief illustration of the history of mechanics. In the third chapter, basic physical dimensions and laws that enable analysis of a collision are described, as well as the types of collision and fundamental principles that manifest themselves during collisions, which is further clarified in the next chapter. In the fifth chapter, previously discussed physical dimensions are linked to their practical application and equations applicable to the collision analysis, based on conclusions from previous chapters. In the sixth chapter, a sample of the analysis of a real collision was provided, including the answers on specific, frequently asked, relevant questions.

(63 pages, 15 figures, 2 tables, 29 references)

The thesis filed at the library of the Department of Physics.

Key words: collision, crash, collision analysis, motion, amount of motion

Supervisor: Denis Stanić, Ph.D.

Reviewers: Maja Varga Pajtler, Ph.D., Slavko Petrinšak, M.Sc

Thesis accepted:

1. UVOD

Fizika je prirodna znanost koja proučava materiju, gibanje, energiju i međudjelovanje, a grana se na opću fiziku, fiziku elementarnih čestica i polja, nuklearnu fiziku, atomsku i molekulsku fiziku, fiziku kondenzirane tvari, astronomiju i astrofiziku te biofiziku i medicinsku fiziku [19].

Ukratko, fizika je jedna od temeljnih znanosti o prirodi koja, prije svega, proučava i istražuje zakone nežive tvari.

Dio fizike koji se bavi gibanjem i međudjelovanjem tijela naziva se mehanika a proučava gibanja brzinama manjim od brzine svjetlosti. Dio mehanike koji proučava geometrijska svojstva gibanja odnosno mehanička gibanja tijela bez utjecaja ili međudjelovanja drugih tijela naziva se kinematika i ona ujedno služi i kao uvod u dinamiku koja proučava zakone gibanja čestica ili tijela na koje djeluje sila koja uzrokuje promjenu brzine ili deformacije tijela.

Prilikom gibanja tijela, često se događa da se ona međusobno dodirnu. Takav dodir dva tijela u gibanju nazivamo sudar.

Fizikalne veličine i zakoni praktično su primjenjivi u svakodnevnom životu pa nam neizmjerne pomažu i prilikom analize sudara dvaju automobila. Kako izazivanje sudara u prometu osim prekršajnih često ima i kaznene posljedice, osobito ako je došlo do teških ozljeda, smrti osoba ili veće materijalne štete, potrebno je utvrditi kako je do sudara uopće došlo, kako su se vozila kretala prije sudara, kojim brzinama su se kretala i da li je bilo moguće izbjeći sudar. Upravo na ta pitanja odgovor nam može dati samo fizika pomoću svojih veličina i zakona.

U ovom diplomskom radu pisati ću o sudaru, fizikalnim veličinama i zakonima koji moramo poznavati da bismo isti uopće mogli analizirati, o njihovoj primjeni u analizi sudara vozila, te izraditi analizu jednog sudara.

2. KAKO JE SVE POČELO

„Homo sapiens (inteligentni čovjek) pojavio se prije otprilike 250 000 godina, a prije svega 400 godina začeta je moderna znanost. Period od 400 godina samo je 0.16 % od 250 000 godina. Kada bismo trajanje Homo sapiensa smjestili u 24 sata, modernoj znanosti odgovarale bi zadnje dvije minute prije ponoći.“

(Dario Hrupec, Povijest znanosti 1. dio: Ideja o znanosti)

2.1 Prapovijest

Iako se u početku čovjek gibao na vrlo malim udaljenostima od svog skrovišta do lovišta ili do mjesta gdje je sakupljao plodove, gibanje kao pojava uvijek ga je privlačilo pa osim što je i sam mijenjao svoj položaj u prostoru promatrao je i proučavao gibanja planeta, Sunca i Mjeseca kako bi što bolje shvatio prirodu i iskoristio njene blagodati.

Tako je čovjek shvatio vremenske promjene kao što su dan i noć te godišnja doba. Shvatio je različitost vremenskih intervala.

Kako bi se zaštitio čovjek je počeo graditi nastambe koje su ispočetka bile slabe i nespretne, ali uzastopnim ponavljanjem pokušaja i pogrešaka naučio je i razvijao se.

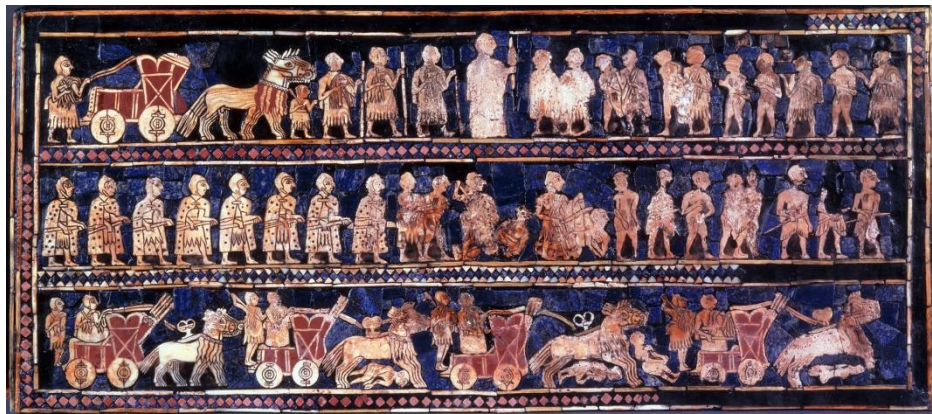
Tako je pri gradnji koristio deblo po kojemu je kotrljao velike i teške predmete da ih premjesti sa jednog na drugo mjesto te se isto smatra „prethodnikom kotača“.

Iako u to doba čovjek nije poznavao fiziku kao znanost, ipak možemo reći da ju je razvijao i koristio, ali bez teoretskih znanja, dakle isključivo empirijski.

U prapovijesti su znanja bila ograničena na skup nepovezanih činjenica. Ta su znanja bila konkretna i dobivena empirijski [2].

2.2 Prve civilizacije

Prve civilizacije pojavljuju se prije više od 4000 godina prije Krista većinom uz velike rijeke gdje su bile oranice i pašnjaci pa čovjek u to doba počinje obrađivati zemlju i uzgajati stoku što je dovelo do izuma kotača koji se i danas smatra jednim od najvećih izuma u povijesti. Pretpostavlja se da je prvi kotač nastao u Mezopotamiji oko 3500 g. prije Krista.



Slika 1. Mozaik iz Ura u Mezopotamiji oko 2500 g. pr.n.e. [27]

Prve civilizacije također postupaju isključivo empirijski ne postavljajući pitanje zašto već se vode metodom uspješnih pokušaja.

Egipatski ili babilonski čovjek, kada je na osnovi iskustva i više pokušaja došao do nekog novog rezultata, postavio pravilo koje je glasilo „postupi tako i tako“. Pri tome nije objasnio zašto se mora tako postupiti [5].

2.3 Od Aristotela do Novog vijeka

Aristotel (384. - 322. g. prije Krista) u svom djelu *Metafizika*, navodi riječ i pojam *fizika* što bi značilo priroda. Pojam fizika zadržao se do danas.

S osamnaest godina pristupio je Platonovoj akademiji od kojega i uzima da počela zemlja, voda, zrak i vatra teže svom prirodnom mjestu i takvo gibanje naziva prirodnim gibanjem, a sva druga gibanja smatra nasilnima i potječu od sile kojoj je uzrok u prvom pokretaču pa je za takva gibanja, bez obzira na to kakva su, uvijek potrebna sila. Nasilna gibanja ne smatra svojstvena tijelima. Slobodni pad razmatra kao težnju tijela prema središtu svijeta. Ako kamen izbacimo iz ruke i on se dalje giba, Aristotel je tvrdio da ga u tom gibanju gura zrak te se upravo zbog te tvrdnje kasnije javljaju i prve kritike na njegovu prirodnu filozofiju [17].

Aristotel u zemaljskom području gibanje opisuje parametrima: put, brzina, težina, lakoća, pokretačka sila, sila otpora. Pojam brzine nije opisao na današnji način. Smatra da prazan prostor ne postoji pa se tijelo sporije giba u gušćem sredstvu te bi ona u praznom prostoru bila beskonačna, a on ju je smatrao konačnom. Također smatra da brzina padanja tijela ovisi o njegovoj težini. Pokuse ne provodi već do zaključaka dolazi dijalogom i raspravom [5].

Srednji vijek

Budući da je Aristotel temeljio svoje zaključke na onome što svatko vidi, njegova se prirodna filozofija bila zadržana veoma dugo. Iako se utjecaj Aristotela dugo zadržao u srednjem vijeku je već počelo dolaziti do napretka i novih znanstvenih rezultata i tako do udaljavanja od Aristotelove prirodne filozofije. Tako Jean Buridan (1300. – 1359.) tvrdi da tijelo na početku gibanja dobiva *impetus* koji održava gibanje tijela, a ako ne bi bilo vanjskih utjecaja *impetus* bi ostao održan.

Na Merton College u Engleskoj između 1328 i 1350 utvrđena je razlika između kinematike i dinamike, uveden je pojam brzine i trenutne brzine, definirano je jednoliko ubrzano gibanje kao i izraz za put kod jednolikog ubrzanog gibanja. Algebarski su dokazali da je prijeđeni put kod jednoliko ubrzanog gibanja jednak putu prijeđenom jednoliko s polovinom konačne brzine.

Za razliku od dotadašnjeg načina promatranja promjena kao kvaliteta Nicole Oresme (1323. 1382.) smatrao je da promjene treba promatrati kvantitativno – da im se trebaju pridružiti brojčane vrijednosti. Grafički je, pravokutnim trokutom, predočio neprekinutu promjenu brzine kod jednoliko ubrzanog gibanja.

Novo doba

Aristotelovo mišljenje da je prostor ograničen napušta se već u XV stoljeću tvrdnjom Nikole Kuzanskog o beskonačnosti prostora.

Učenjaci u XVI stoljeću napuštaju kvalitativno promatranje pojava i promjena i uvode matematičke interpretacije.

Galileo Galilei (1564. – 1642.) temeljem rezultata svojih prethodnika koji su kritizirali Aristotelovu prirodnu filozofiju dolazi do novih spoznaja o gibanju koje kasnije imaju ogroman utjecaj na razvoj fizike. Ispočetka prihvaća ideju *impetusa*, ali svoje tvrdnje temelji na matematičkim dokazima te ih potvrđuje pokusima zbog čega se smatra jednim od osnivača eksperimentalne metode u fizici.

Detaljno je proučavao gibanje kuglica po kosini i spoznao pravilnost jednolikog ubrzanog gibanja prihativši Aristotelovu tvrdnju da se uzrok gibanju nalazi u samom svojstvu tijela te da je gibanje niz kosinu gibanje bez djelovanja sile. Uvidio je da kod većeg nagiba kuglica više ubrzava, pa je za razliku od Aristotela obratio pozornost na ubrzanje, a ne samo na gibanje. Promatrajući gibanje kuglica uz kosinu primijetio je da se kuglica dalje otkotrlja ukoliko je nagib blaži, u nekoj točki uspori i vraća se nazad. Na pitanje zašto se kuglica pri kotrljanju po ravnoj podlozi nakon nekog vremena zaustavi Galileo je odgovor potražio u djelovanju podloge na tijelo. Zamišljajući savršeno glatku podlogu zaključio je da bi se kuglica gibala vječno. Pojam sile bio je za njega prilično nejasan te o njemu nije želio raspravljati.

Rene Descartes (1596. – 1650.) također ne prihvaća silu već razvija teoriju vrtloga prema kojoj je Stvoritelj svakoj nepokretnoj tvari utisnuo gibanje te čestice rotiraju oko svoje osi i tako udružene tvore vrtloge. Proučavao je i sudare između kugli te zaključio da pri udarcu kugle koja se giba u mirujuću kuglu ova druga preuzima brzinu prve koja se pritom zaustavila. Descartes predlaže da se gibanje mjeri „količinom gibanja“ koju smatra produktom brzine i veličine tijela te tvrdi da u svemiru važi zakon održanja u obliku održanja količine gibanja [5].

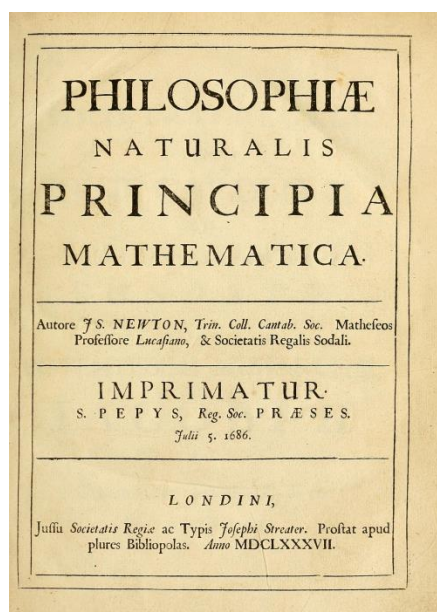
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646. – 1716.) smatra Descartesovo kinetičko gledište nedostatnim za razumijevanje prirodnih pojava i uvodi pojam „živa sila“ (*vis viva*) koji smatra neuništivom i svojstvenom tvari te tako uvodi dinamičko načelo [5].

Kako su znanstvenici svoje tvrdnje intenzivno počeli dokazivati matematičkim metodama i pokusima bilo je potrebno razviti i točnije ure. Tako se Christian Huygens (1629. – 1695.) bavio proučavanjem ura s klatnom pri čemu je zaključio da su kružna gibanja uzrokovana silama koje djeluju prema središtu vrtnje. Iako otkriva centripetalno ubrzanje potpuni odnos između sile i brzine nije postavio, ali je znao da je sila proporcionalna akceleraciji koju tijelo ima u vrtnji [23].

Također je razmatrao i teoriju sudara elastičnih kugli koju je zasnovao na zakonu održavanja živih sila, održanju količine gibanja i Galilejevom načelu relativnosti.

Jedan od najvećih i najznačajnijih znanstvenika iz povijesti svakako je bio Isaac Newton (1643. -1727.) kojemu smo i danas zahvalni za niz temeljnih otkrića u području fizike i matematike.

Autor je jednog od svjetski najznačajnijih djela *Philosophiae naturalis principia mathematica* – Matematička načela prirodne filozofije objelodanjenog 1687. godine.



Slika 2. *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, naslovna stranica, prvo izdanje [28]

Prvi uvodi pojam sile zbog čega se smatra osnivačem dinamike. Definiira ključne pojmove bez kojih danas ne možemo zamisliti mehaniku poput: mase za koju kaže da je razmjerna gustoći i obujmu, da je razmjerna težini tijela i da ju je moguće mjeriti; količinu gibanja kao mjeru gibanja koju definiira umnoškom mase i brzine tijela; silu koja svojim djelovanjem tijelu

mijenja stanje gibanja i tromost. Također daje fizici svoj najveći doprinos formulacijom triju aksioma ili osnovnih zakona gibanja koji su i danas poznati kao Newtonovi zakoni mehanike [5]:

1. Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare.
2. Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimatur.
3. Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem; sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.

ili:

1. Svako tijelo ostaje u stanju mirovanja ili jednolikog gibanja po pravcu, osim ako zbog djelovanja vanjskih sila ne promijeni svoje stanje.
2. Promjena gibanja (količine gibanja) proporcionalna je sili koja djeluje na tijelo i odvija se u smjeru u kojem sila djeluje.
3. Svakom djelovanju postoji uvijek suprotno i jednako protudjelovanje, odnosno djelovanja dvaju tijela jedno na drugo su jednaka i suprotnog smjera.

Iako je Newton bio i vrstan matematičar te jedan od začetnika infinitezimalnog računa nije primjenjivao tu metodu matematičke analize već su to učinili znanstvenici 18. i 19. stoljeća.

Leonhard Euler (1707. – 1783.) u svom djelu „Mehanika ili znanost o gibanju izložena analitički“ dio fizike koji se bavi gibanjima naziva mehanikom, a dio koji se odnosi na ravnotežu jednostavnih mehanizama statikom. U Newtonovu mehaniku Euler uvodi analitičke metode i infinitezimalni račun, čime znanost još više napreduje te se prvi put spominje i analitička mehanika izrazom za brzinu kao prve derivacije puta po vremenu, te u mehaniku uvodi pojam materijalne točke. U djelu „Teorija gibanja čvrstih tijela“ razlaže gibanje na tri komponente po osima, a također i definira rotaciju gibanja čvrstih tijela te uvodi pojmove moment tromosti i glavne osi tromosti.

Jean le Rond D'Alembert (1717. – 1783.) autor dijela „Rasprava o dinamici“ iz 1743. mehaniku smatra granom matematike. Iako je bio pristaša Descartesove prirodne filozofije preuzima i Newtonove ideje, ali samo one sa kojima se slaže. Tako silu odbacuje kao i

kinetičku energiju zbog čega se njegova mehanika svodi na kinematiku. Poznato D'Alembertovo načelo kaže da se svaki zadatak dinamike može svesti na ravnotežu – statiku.

Joseph Louis Lagrange (1736. – 1813.) u dijelu iz 1788 „Analitička mehanika“ daje sintezu svih prijašnjih rezultata. Statiku temelji na tri načela: poluge, slaganja sila i virtualnih brzina. Dinamiku definira kao znanost o „ubrzavajućim i usporavajućim silama i promjenama gibanja koje one izazivaju“. Uveo je diferencijalne jednačbe gibanja fizikalnog sustava kao i potencijalnu energiju.

2.4 Suvremena fizika

Krajem 19. stoljeća znanstvenici su smatrali da je sve otkriveno te da će biti potrebno poraditi eventualno na dopunama i manjim izmjenama stečenih znanja, ali bili su u velikoj zabludi.

1887. godine Michelson i Morley izveli su glasoviti eksperiment kojim su zaključili da je brzina svjetlosti u svim inercijalnim sustavima jednaka što je bilo u suprotnosti sa dotadašnjim saznanjima osobito za Newtonov apsolutni prostor i vrijeme.

Albert Einstein (1879. -1955.) Odbacuje postojanje etera koji za širenje svjetlosti nije bio potreban. 1905. godine generalizira Michelson Morleyovu tvrdnju da ne postoji „glavni“ inercijalni sustav u Svemiru kroz dva postulata koja se odnose na pojave u inercijalnim sustavima [3]:

Prvi Einsteinov postulat: Svi fizikalni zakoni jednako vrijede u svim inercijalnim sustavima.

Drugi Einsteinov postulat: Brzina svjetlosti jednaka je u svim inercijalnim sustavima.

Nakon deset godina proučavanja Einstein poopćuje svoju teoriju na neinercijske sustave te utvrđuje povezanost ubrzanja sa gravitacijom, neraskidivu vezu prostora i vremena kao i mase i energije.

Pojavom teorije relativnosti i kvantne teorije fizika se počinje dijeliti na klasičnu i modernu.

3. FIZIKALNI POJMOVI, VELIČINE I ZAKONI POTREBNI ZA ANALIZU SUDARA

Da bismo mogli analizirati sudar dvaju vozila, svakako je potrebno prije svega poznavati fizikalne pojmove i veličine koje su nam potrebne da opišemo gibanje:

3.1 Put, vrijeme i brzina

Da bi se dva tijela sudarila moraju se gibati. Tijelo se pri tom svom gibanju kreće se nekom brzinom, ako se kreće određenom brzinom prelazi i određeni put. Naravno, pri cijelom procesu protječe i vrijeme. Stoga su nam ove tri fizikalne veličine osnova od koje moramo krenuti jer su pri gibanju one neodvojive te bez jedne od njih gibanje ne možemo opisati. Budući da je pojam gibanja relativan, da bismo ga opisali potrebno je definirati mjesto, odnosno prostor u odnosu na koje promatramo promjene položaja tijela, a zovemo ga referentni sustav.

Put je udaljenost, odnosno duljina putanje koju tijelo pređe od točke A do točke B. Prema međunarodnom SI sustavu [4] duljina je osnovna fizikalna veličina. Put označavamo slovom *s*, a osnovna mjerna jedinica mu je *metar* [m].

U svakodnevnom životu najčešće koristimo one mjerne jedinice koje su nam najjednostavnije pa tako prijeđeni put automobila većinom izražavamo u kilometrima [km].

Putanja ili trajektorija je skup točaka u prostoru kojima tijelo ili čestica prolazi tijekom svojeg gibanja.

Prema obliku putanje kojom se tijelo giba, gibanje možemo podijeliti na [18]:

- pravocrtno – gibanje po pravcu i
- krivocrtno – gibanje po krivulji

Pomak je vektor koji opisuje promjenu položaja u odnosu na neki drugi položaj.

Vrijeme je također osnovna fizikalna veličina. Označavamo ga slovom t , a osnovna mjerna jedinica mu je *sekunda* [s]. Kao i kod puta, vrijeme često mjerimo nama jednostavnijom jedinicom minutama ili satima.

Brzina je izvedena jedinica. Označavamo ju slovom v , a mjerna jedinica je [m/s]. Najjednostavnije brzinu možemo opisati kao put koji je tijelo prešlo tijekom nekog vremena. Brzinu na ovaj način možemo opisati samo ako govorimo o srednjoj brzini i ako ne spominjemo smjer u kojem se tijelo kreće. Prema [7] svaka promjena neke veličine s vremenom se može shvatiti kao iznos neke brzine.

Brzinu možemo definirati kao omjer prijeđenog puta i proteklog vremena:

$$v = \frac{s}{t} \quad [m] \quad (3.1)$$

pri čemu je

- s - prijeđeni put
- t - proteklo vrijeme

Iz ovog izraza matematički možemo dobiti put s i vrijeme t .

S obzirom na brzinu gibanje može biti [18]:

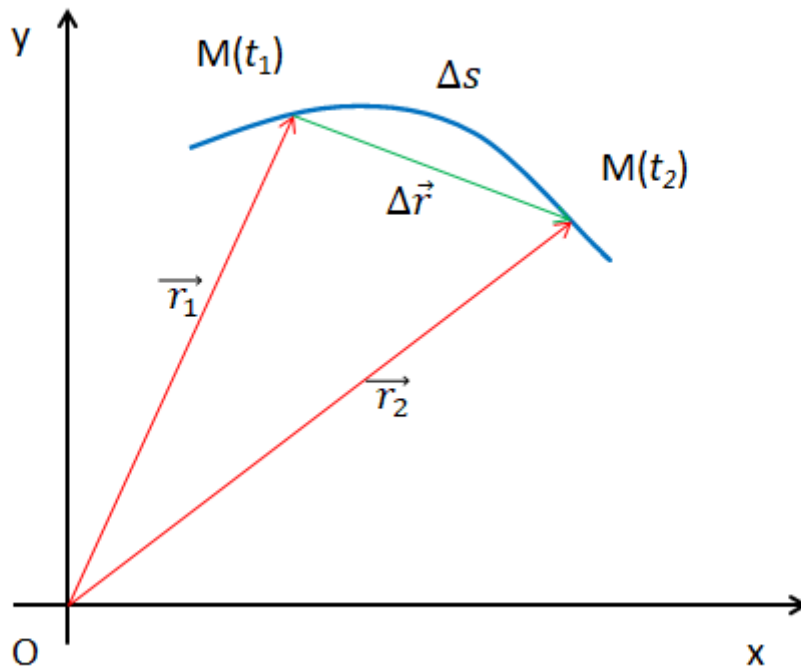
- jednoliko – brzina gibanja je stalna tj. konstantna
- nejednoliko – brzina gibanja je promjenjiva

Ukoliko razmatramo gibanje automobila, znamo da se on ne giba uvijek samo po pravcu i u svim vremenskim intervalima jednako već mijenja smjer te vozi sporije ili brže. Zato brzinu moramo detaljnije razmotriti.

Budući da brzina ima iznos i smjer ona je vektorska veličina. Ako u dvodimenzionalnom prostoru promatramo gibanje neke materijalne točke M i njezine vektore položaja¹ [8] \vec{r}_1 i \vec{r}_2 onda će u vremenu t_1 i t_2 vektor pomaka $\Delta\vec{r}$ biti jednak razlici vektora \vec{r}_1 i \vec{r}_2 [18]

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

¹ vektor koji ima početak u ishodištu a kraj u promatranoj točki



Slika 3. Položaj materijalne točke M na putanji u vremenima t_1 i t_2

Duljina puta Δs kojim se točka kretala od vremena t_1 do t_2 je skalarna veličina i nije jednaka vektoru pomaka $\Delta \vec{r}$. Ukoliko bismo vremenski interval od t_1 do t_2 jako smanjili vrijednosti Δs i $\Delta \vec{r}$ bi se jako približile – izjednačile, pa bi vektor srednje brzine prešao u trenutnu brzinu v :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \quad (3.2)$$

Za neki beskonačno maleni vremenski interval prosječna i trenutna brzina su jednake. Vektor brzine naziva se i prvom derivacijom pomaka po vremenu, a postavljen je tangencijalno na putanju u točki položaja u određenom trenutku, a u smjeru gibanja tijela.

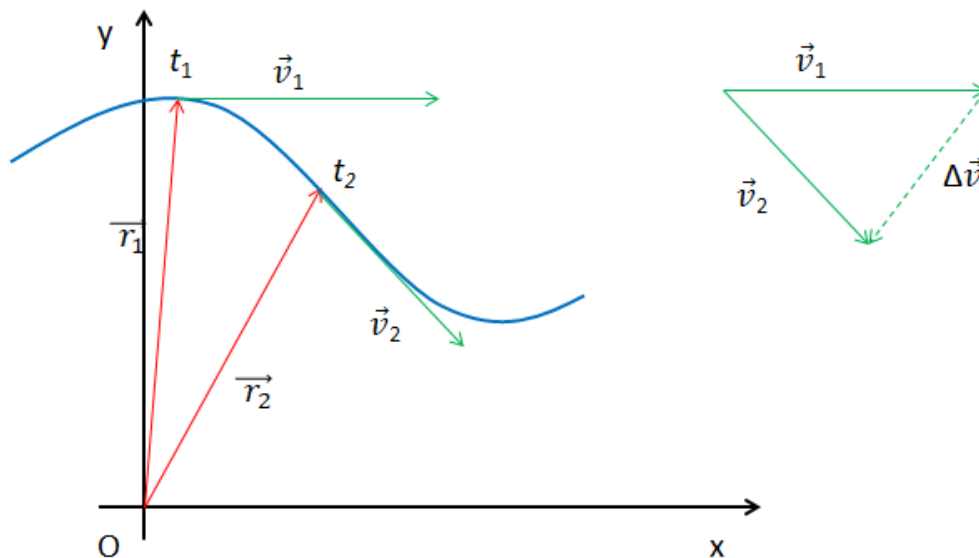
Promjena brzine – ubrzanje

Ubrzanje još nazivamo i akceleracija. Označavamo ju slovom a , a mjerna jedinica joj je $[m/s^2]$. Budući da potječe od brzine i ona je vektorska veličina. Brzinu kretanja ne možemo trenutno znatno promijeniti već se promjena odvija tijekom nekog vremenskog intervala pa ubrzanje možemo definirati i kao brzinu promjene brzine.

Ubrzanje ili akceleracija jednaka je graničnoj vrijednosti kvocijenta promjene brzine i pripadnog vremenskog intervala odnosno derivaciji brzine po vremenu [18]:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (3.3)$$



Slika 4. Vektorski prikaz ubrzanja za gibanje materijalne točke po zakrivljenoj putanji

Vektor ubrzanja ima smjer vektora promjene brzine pri čemu je:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

Iznos ubrzanja možemo prikazati i kao drugu derivaciju puta po vremenu:

$$\begin{aligned}a &= \frac{dv}{dt} \\a &= \frac{d}{dt} \left(\frac{ds}{dt} \right) \\a &= \frac{d^2s}{dt^2}\end{aligned}\tag{3.4}$$

3.2 Newtonovi zakoni

Newtonovi zakoni gibanja su fizikalni zakoni koji temelje klasičnu mehaniku. Opisuju odnose tijela i sila koje na njega djeluju te njegovo kretanje pod utjecajem tih sila. Omogućuju nam da predvidimo i objasnimo kretanje automobila pri različitim okolnostima. Da bismo mogli pravilno interpretirati neko gibanje ili odrediti relevantnu veličinu nužno je poznavati sva tri zakona čijim poznavanjem možemo opisati i objasniti pojave u mehanici [2].

Prvi Newtonov zakon: „Svako tijelo zadržava stanje mirovanja ili jednolikog gibanja po pravcu sve dok ga neka vanjska sila ne primora da promijeni svoje stanje“. Dakle, možemo reći da je sila uzrok promjene stanja gibanja. Silu označavamo slovom F , jedinica za silu njutn [N].

$$\vec{F} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{v} = const.\tag{3.5}$$

Prvi Newtonov zakon govori nam da se svako tijelo odupire promjeni gibanja, tijelo koje miruje nastavlja mirovati dok tijelo koje se giba nastavlja se gibati, te teži zadržati svoje stanje što zovemo inercijom, a mjerimo ju masom m [kg].

Kada se automobil giba nekom brzinom i tijela u njemu također se gibaju istom brzinom. U slučaju sudara odnosno naglog zaustavljanja automobila, tijela u automobilu se prema prvom

Newtonovom zakonu nastavljaju dalje gibati istom brzinom. Zbog toga kažemo da se za osobe u vozilu sudar dogodio tri puta. Prvi put kada se vozilo sudarilo. Tijela osoba nastavljaju svoje gibanje te se sudaraju sa sigurnosnim pojasom ukoliko ga osoba koristi ili u gorem slučaju sa dijelom vozila ispred osobe koji se za razliku od osobe u vozilu prestaje gibati što zovemo drugim sudarom. Sada se i tijelo osobe prestalo gibati za razliku od organa u tijelu koji također „poštuju“ prvi Newtonov zakon i ustraju u svom gibanju te se sudaraju sa dijelom tijela osobe što zovemo treći sudar.

Dakle, prvi Newtonov zakon govori nam o tome da će sila promijeniti stanje gibanja odnosno mirovanja nekog tijela, ali ne govori o tome što će se s tijelom događati kada sila počne djelovati. To će nam reći:

Drugi Newtonov zakon: „Promjena količine gibanja razmjerna je sili i zbiva se u pravcu djelovanja sile“

Količina gibanja jednaka je umnošku mase tijela m i njegove brzine v , oznaka je \vec{p} . Vektorska je veličina, a ima smjer brzine.

$$\vec{p} = m\vec{v} \text{ [kgm/s]} \quad (3.6)$$

Količina gibanja je relevantna fizikalna veličina koja ovisi o masi tijela jer ona određuje koliko će se promijeniti brzina tijela pri djelovanju neke vanjske sile na njega. Teže je promijeniti brzinu tijela veće mase nego brzinu tijela manje mase. Budući da će se s obzirom na masu i brzinu mijenjati bez nje bi bilo nemoguće definirati količinu gibanja.

Djelovanje sile na tijelo tijekom nekog vremena u kojem sila djeluje dovodi do promjene količine gibanja:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (3.7)$$

Što znači da ako na tijelo djelujemo silom ono će se gibati ubrzano.

Da bismo zaustavili tijelo koje se giba na njega također moramo djelovati silom, ali suprotnog smjera od smjera u kojem se tijelo giba i to tijekom nekog vremenskog intervala. Dakle ako tijelo ima veliku količinu gibanja da bismo ga zaustavili moramo na njega djelovati većom silom tijekom kraćeg vremenskog intervala ili manjom silom, ali tijekom duljeg vremenskog intervala.

Umnožak sile i vremenskog intervala tijekom kojega sila djeluje nazivamo impulsom sile :

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t [Ns] \quad (3.8)$$

Djelovanjem sile na tijelo mijenja se njegova brzina pa se mijenja i njegova količina gibanja. Stoga možemo reći da je impuls sile jednak količini gibanja. Kako se sudar može dogoditi samo ako je bar jedno tijelo u pokretu, bez ovih veličina ne bismo ga mogli opisati te ih je potrebno dobro razumjeti.

Treći Newtonov zakon: „Dva tijela djeluju uvijek međusobno jednakim silama suprotnog smjera“ što znači da ako jedno tijelo djeluje na drugo nekom silom onda će i drugo tijelo djelovati na prvo istom silom, ali suprotnog smjera. Dakle ovaj zakon nam pojašnjava da sila predstavlja međudjelovanje dva tijela.

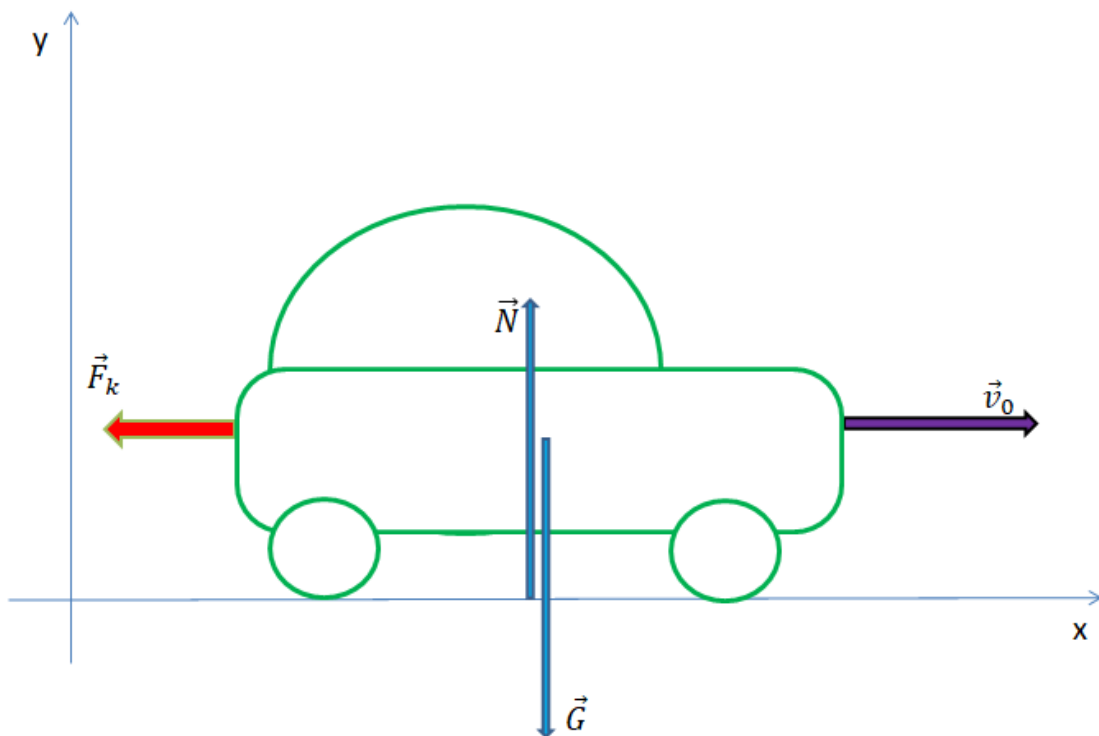
$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \quad (3.9)$$

Ovaj zakon usko je povezan s kretanjem automobila. Prilikom vožnje kotači vozila djeluju na cestu, a ona istom silom, ali suprotnog smjera djeluje na automobil. Iako su ove sile istog iznosa, ali suprotnog smjera, one se ne poništavaju jer djeluju na različita tijela, već uzrokuju gibanje automobila.

Primjena Newtonovih zakona

Automobil se giba po vodoravnoj podlozi brzinom v_0 . Pretpostavimo da se u trenutku $t = 0$ s, automobil giba u pozitivnom smjeru x - osi na koordinati $x = 0$ m kada vozač počinje kočiti konstantnom silom kočenja F_k .

Da bismo izračunali za koje vrijeme i na kojoj udaljenosti će se automobil zaustaviti prije svega moramo razmotriti koje sile djeluju na njega. Najjednostavnije to možemo prikazati crtežom (slika 5.) u koordinatnom sustavu [13].



Slika 5. Sile koje djeluju na vozilo u trenutku kočenja

Jednadžba gibanja:

$$\vec{F}_k + \vec{G} + \vec{N} = m\vec{a} \quad (3.10)$$

- \vec{G} – težina vozila
- \vec{N} – reakcija podloge

- \vec{F}_k – sila kočenja
- m – masa vozila
- \vec{a} – ubrzanje vozila (u našem slučaju usporenje)

Ako razmotrimo sile u koordinatnom sustavu i zapišemo ih u skalarnom obliku:

po osi

$$x : -F_k = ma \quad (3.11)$$

$$y : N - G = 0 \quad (3.12)$$

Ubrzanje vozila možemo dobiti iz jednadžbe po osi x , konstantno je, a budući da vozilo usporava, negativno je:

$$a = -\frac{F_k}{m} \quad (3.13)$$

Kada jednadžbu (3.13) koja definira ubrzanje integriramo u vremenu dobit ćemo izraz za brzinu u trenutku t [12]:

$$v(t) = \int a \, dt = \int -\frac{F_k}{m} \, dt = -\frac{F_k}{m}t + C_1 \quad (3.14)$$

pri čemu je C_1 konstanta koju određujemo iz početnih uvjeta:

U vremenu $t = 0$ s brzina je bila $v = v_0$. Uvrštavanjem $t=0$ s u jednadžbu (14) dobiti ćemo:

$v_0 = 0 + C_1$ odnosno $v_0 = C_1$. Uvrštavanjem dobijemo jednadžbu brzine vozila u ovisnosti o vremenu:

$$v(t) = -\frac{F_k}{m}t + v_0 \quad (3.15)$$

Integriranjem brzine iz jednadžbe (3.15) dobiti ćemo duljinu puta tijekom vremenskog intervala [12]:

$$s(t) = \int v(t)dt = \int \left(-\frac{F_k}{m}t + v_0 \right) dt = -\frac{F_k}{2m}t^2 + v_0t + C_2 \quad (3.16)$$

C_2 je konstanta koju smo odredili prema početnim uvjetima: u trenutku $t = 0$ s, položaj $x = 0$ m. Uvrštavanjem $t=0$ s u jednadžbu (3.16) :

$0 = 0 + C_2$, odnosno $C_2 = 0$. Uvrštavanjem dobijemo jednadžbu puta vozila u ovisnosti o vremenu:

$$s(t) = -\frac{F_k}{2m}t^2 + v_0t \quad (3.17)$$

U trenutku kada se vozilo zaustavi brzina će mu biti nula. Iz jednadžbe (3.15) možemo dobiti vrijeme zaustavljanja:

$$0 = -\frac{F_k}{m}t_z + v_0$$

Odnosno:

$$t_z = \frac{mv_0}{F_k} \quad (3.18)$$

Uvrštavanjem vremena zaustavljanja iz jednadžbe (3.18) u jednadžbu ovisnosti puta u vremenu (3.17) dobiti ćemo jednadžbu za put zaustavljanja:

$$s_z = -\frac{F_k}{2m}t_z^2 + v_0t_z = -\frac{F_k}{2m}\left(\frac{mv_0}{F_k}\right)^2 + v_0\left(\frac{mv_0}{F_k}\right),$$

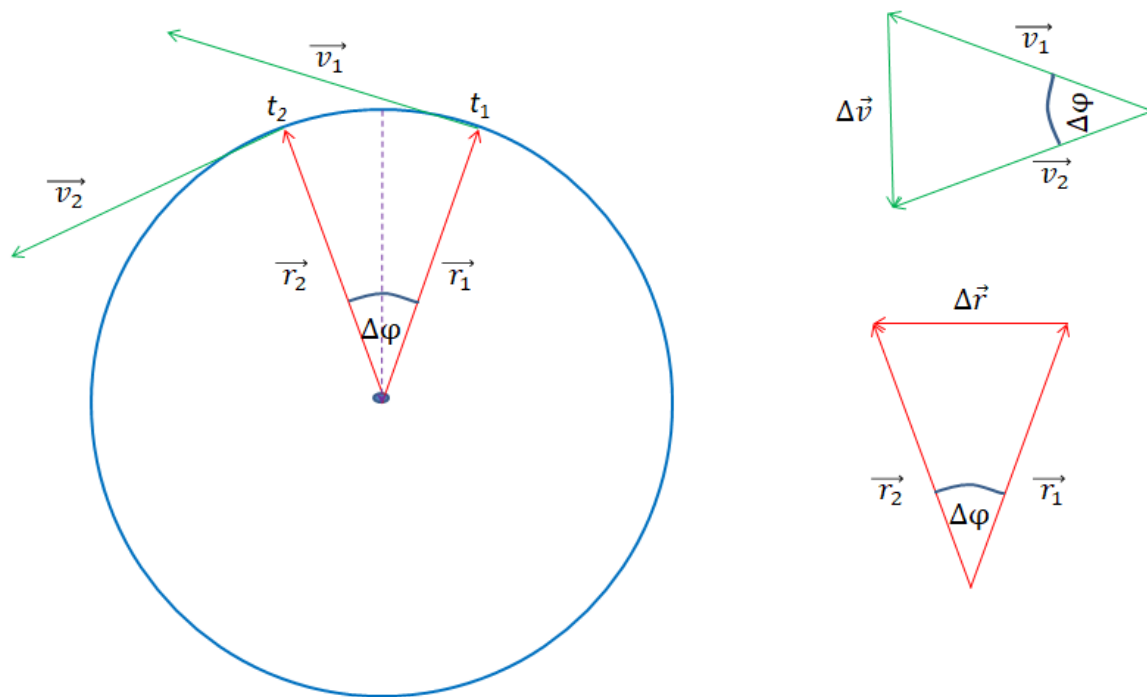
$$s_z = \frac{mv_0^2}{2F_k} \quad (3.19)$$

Kada tijekom vožnje želimo usporiti ili zaustaviti automobil pritisnemo papučicu kočnice i unutarnjim mehanizmom usporimo vrtnju kotača čime usporimo i gibanje automobila. Silom F_k mehanizam za kočenje djeluje na točku automobilske gume koja dodiruje cestu gdje se javlja statičko trenje. Sukladno trećem Newtonovom zakonu guma djeluje na cestu silom F_a koja je jednaka sili F_k a cesta djeluje na gumu silom reakcije $F_s = -F_a$. Dakle, ukupna sila na mjesto dodira gume i ceste dolazi od mehanizma za kočenje i ceste iznosi $F_k + F_s = 0$. Na pogonsku osovinu djeluje sila F_k suprotnog smjera od smjera kretanja automobila, a kako je učvršćena za karoseriju usporava automobil [3].

Površina kolnika	Suh	Mokar
BETON	0.58 – 0.85	0.42 – 0.75
ASFALT	0.48 – 0.81	0.22 – 0.75
TRAVA	0.22 – 0.48	0.01 – 0.31
LED	0.0 - 0.11	
SNIJEG	0.10 – 0.55	0.3 – 0.6

Tablica 1. Koeficijenti trenja s obzirom na vrstu i stanje kolnika [29]

Centripetalna sila je sila koja uzrokuje kružno gibanje, a kako se automobil često giba i po kružnoj putanji – zavojima, potrebno je poznavati ovu silu.



Slika 7. Jednoliko gibanje po kružnici sa pomoćnim crtežima

Od trenutka t_1 do trenutka t_2 vektor položaja zakrene se za kut $\Delta\varphi$. Vektor brzine, koji je okomit na vektor položaja također će se zakrenuti za isti kut. Ako promotrimo razlike vektora položaja i brzina na pomoćnim crtežima primjećujemo da su i oni međusobno okomiti. Primjećujemo da vektor Δv ima smjer prema središtu kružnice pa će i vektor akceleracije imati isti smjer. Dakle, pri kružnom gibanju akceleracija ima smjer prema središtu kružnice i naziva se centripetalna akceleracija a_{cp} .

Iznos centripetalne akceleracije možemo dobiti iz pomoćnih crteža gdje primjećujemo da je kut isti kod oba trokuta, a iznos brzine i vektora položaja nije promijenjen:

$$a_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

$$a_{cp} = v\omega \quad \rightarrow \quad \frac{v^2}{r} \tag{3.21}$$

pri čemu je:

- a_{cp} – centripetalna akceleracija
- v – obodna brzina
- ω – kutna brzina
- r – radijus kružnice

Iz drugog Newtonovog zakona znamo da je sila umnožak mase i akceleracije pa uvrštavanjem dobijemo izraz za centripetalnu silu:

$$F_{cp} = ma_{cp}$$
$$F_{cp} = \frac{mv^2}{r} \quad (3.22)$$

Kada se vozilom krećemo kroz zavoj brzina se mijenja po smjeru zbog čega postoji ubrzanje te vozilo postaje neinercijski sustav u kojemu se javlja dodatna inercijska sila [8]:

Centrifugalna sila – inercijska sila u rotacijskom sustavu na tijelo koje se rotira stalnom kutnom brzinom. Ima smjer normale na putanju, a orijentaciju suprotnu od ubrzanja sustava. Iznos joj je jednak kao i centripetalnoj sili.

$$F_{cf} = \frac{mv^2}{r} \quad (3.23)$$

Valja naglasiti da centripetalna i centrifugalna sila ne djeluju istodobno na tijelo. Za promatrača u inercijskom sustavu centrifugalna sila je fiktivna i on poznaje samo centripetalnu silu koja mu je realna. Centrifugalnu silu zapaziti će samo promatrač u rotirajućem sustavu. Upravo zbog toga ove dvije sile djeluju u dva različita sustava i one se ne mogu poništiti [18].

3.4 Rad i energija

Ako silom djelujemo na neko tijelo i ono pređe određeni put kažemo da je obavljen rad. Označavamo ga slovom W , a mjerna jedinica mu je džul J. Diferencijal rada odgovara skalarnom umnošku sile i diferencijala puta:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = Fds \quad (3.24)$$

pri čemu sila \vec{F} i put $d\vec{s}$ imaju isti smjer jer je kut između njih 0 pa je izraz za rad [3]:

$$dW = Fds = mavdt = mv dv = \frac{1}{2} md(v^2) \quad (3.25)$$

Ukupan rad od početnog do krajnjeg stanja:

$$W = \int_1^2 dW = \frac{1}{2} m \int_1^2 d(v^2) = \frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 \quad (3.26)$$

Iz čega slijedi da je ukupan rad razlika umnoška mase i kvadrata brzine tijela u krajnjem i početnom stanju. Sada možemo definirati kinetičku energiju tijela:

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 \quad (3.27)$$

Ubrzanjem tijela mase m do brzine v sila je izvela rad koji označava kinetičku energiju tog tijela. Energijom zovemo sposobnost tijela da obavi rad pa zbog svoje brzine odnosno kinetičke energije tijelo može izvesti neki drugi rad.

Brzinu prenošenja energije iskazujemo snagom. Dakle snaga je izvršen rad u jedinici vremena.

Snagu označavamo slovom P , a jedinica je vat W . Ako sila izvodi rad jednoliko tijekom vremena snagu iskazujemo:

$$P = \frac{W}{t} \quad (3.28)$$

3.5 Zakoni očuvanja

Zakon očuvanja količine gibanja kaže da je ukupan zbroj količina gibanja u izoliranom sustavu prije neke reakcije jednak zbroju količina gibanja nakon te reakcije. Dakle, ukupna količina gibanja izoliranog sustava je konstantna:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n = konst. \quad (3.29)$$

Promotrimo dva tijela mase m_1 i m_2 koja tijekom nekog vremenskog intervala Δt djeluju jedno na drugo istim silama, ali suprotnog smjera te se sudare [18]:

Sukladno drugom i trećem Newtonovom zakonu za interakciju ova dva tijela vrijedi:

$$\vec{F}_{21} = \frac{m_2(\vec{v}'_2 - \vec{v}_2)}{\Delta t}, \quad \vec{F}_{12} = \frac{m_1(\vec{v}'_1 - \vec{v}_1)}{\Delta t}, \quad (3.30)$$

kako je $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ iz jednadžbe (3.30) slijedi:

$$\vec{0} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} + \dots + \frac{d\vec{p}_n}{dt}$$

$$\vec{0} = \sum_{i=1}^n \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$$

Kako je derivacija količina gibanja 0, taj je zbroj konstanta pa vrijedi:

$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = konst. \quad (3.33)$$

Zbroj količina gibanja svih tijela u zatvorenom sustavu ostaje stalan što nazivamo zakon o očuvanju količine gibanja.

Zakon o očuvanju mehaničke energije

Jedan je od temeljnih zakona fizike budući da se pomoću njega može doći do mnogih rješenja.

U izoliranom sustavu zbroj kinetičke i potencijalne energije je stalan. Kinetička energija može prelaziti u potencijalnu i obrnuto, ali zbroj ukupne mehaničke energije neće se promijeniti.

$$E_p + E_k = konst. \quad (3.34)$$

Pomoću zakona o očuvanju energije možemo izračunati zaustavni put vozila. Početna kinetička energija vozila koje počinje kočiti jednaka je radu sile kočenja koja djeluje na putu do zaustavljanja vozila:

$$\frac{mv_0^2}{2} = F_k s_k$$

$$s_k = \frac{mv_0^2}{2F_k} \quad (3.35)$$

Zakon o očuvanju energije vrlo često koristimo upravo zbog njegove široke primjene kao i jednostavnosti izračuna što je očigledno ako usporedimo izraze (3.19) i (3.35).

4. SUDARI

Sudar ili sraz nazivamo svaku kratku interakciju ili međudjelovanje čestica ili tijela koja se odvija na malim prostornim udaljenostima odnosno pri njihovom kontaktu [18].

Unutarnje sile sustava kojima čestice međusobno djeluju ne mijenjaju količinu gibanja koju eventualno mogu promijeniti vanjske sile koje zbog kratkog trajanja sudara zanemarujemo [12].

Prilikom sudara dolazi do prijenosa količine gibanja s jednog tijela na drugo, ali je ukupna količina gibanja očuvana. Također dolazi i do izmjena kinetičkih energija pa se s obzirom na tu izmjenu sudari dijele na [18]:

- neelastične – kinetička energija nije očuvana,
- elastične - pri kojima je kinetička energija očuvana

a s obzirom na pravac gibanja središta tijela sudari mogu biti:

- centralni i
- necentralni.

4.1 Neelastičan sudar

Sudari u kojima kinetička energija nije očuvana već se pretvara u neke druge oblike energije – toplinu i rad trajnog deformiranja tijela nazivamo neelastičnim sudarima. Zbog gubitka energije ove sudare analiziramo pomoću zakona o očuvanju količine gibanja.

Deformacije koje nastanu tijekom prve faze sudara ne ispravljaju se, a tijela izgube kontakt prije potpunog ispravljanja deformacije. Zbog toga je rad unutarnjih sila koji se pretvori u kinetičku energiju manji nego kod savršeno elastičnog sudara i zato ga zovemo i djelomično elastični sudar [3].

Elastičnost sudara mjerimo koeficijentom restitucije k , a definiramo ga omjerom razlika brzina nakon sudara i uoči sudara.

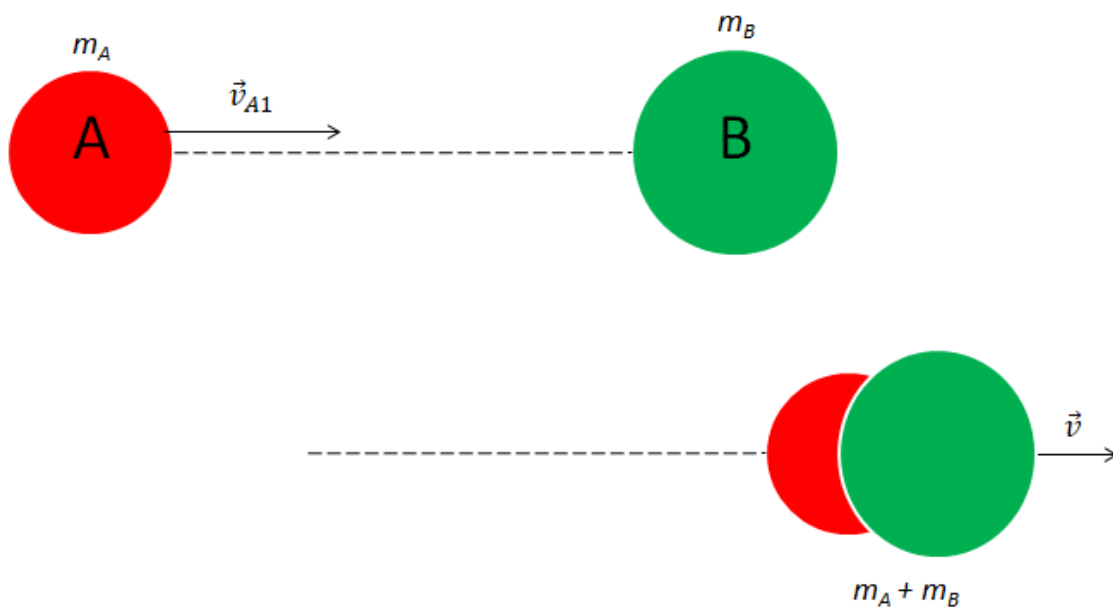
$$0 \leq k \leq 1 \quad (4.1)$$

Za idealno elastična tijela $k=1$, a za idealno neelastična $k=0$. Ovisi o materijalu tijela koja se sudaraju, a određuje se eksperimentalno [12].

U slučaju sudara automobila ovaj oblik je najčešći budući da su izrađeni od materijala koji nisu savršeno elastični pa se energija troši na njihovu deformaciju.

4.1.1 Savršeno neelastičan sudar

Sudar pri kojemu se dva tijela gibaju jedno prema drugome sudare se, slijepe, nastavljaju zajedničko gibanje i ostaju trajno spojena u jednu cjelinu.



Slika 8. Prikaz gibanja tijela prije te nakon savršeno neelastičnog sudara

U jednostavnom slučaju kao na slici gdje imamo tijelo A mase m_A koje se giba brzinom v_{A1} i sudara sa tijelom B mase m_B koje miruje primjenom zakona očuvanja količine gibanja prije i poslije sudara novo tijelo mase m_{AB} imati će brzinu v :

$$p = p'$$

$$m_A v_{A1} + m_B v_{B1} = (m_A + m_B)v \quad (4.2)$$

budući da tijelo B miruje brzina $v_B = 0$, zajedničku brzinu v lako određujemo:

$$v = \frac{m_A}{m_A + m_B} v_{A1} \quad (4.3)$$

Kako je tijelo B mirovalo nije imalo kinetičku energiju. Tijelo A se gibalo te imalo kinetičku energiju [3]:

$$E_{KA} = \frac{1}{2} m_A v_{A1}^2 \quad (4.4)$$

Nakon sudara novo tijelo mase m_{AB} ima kinetičku energiju:

$$E_{KAB} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2 = \frac{m_A^2 v_{A1}^2}{2(m_A + m_B)} \quad (4.5)$$

Iz omjera kinetičkih energija prije i nakon sudara vidimo da je kinetička energija nakon sudara manja od one prije sudara odnosno da ona nije očuvana:

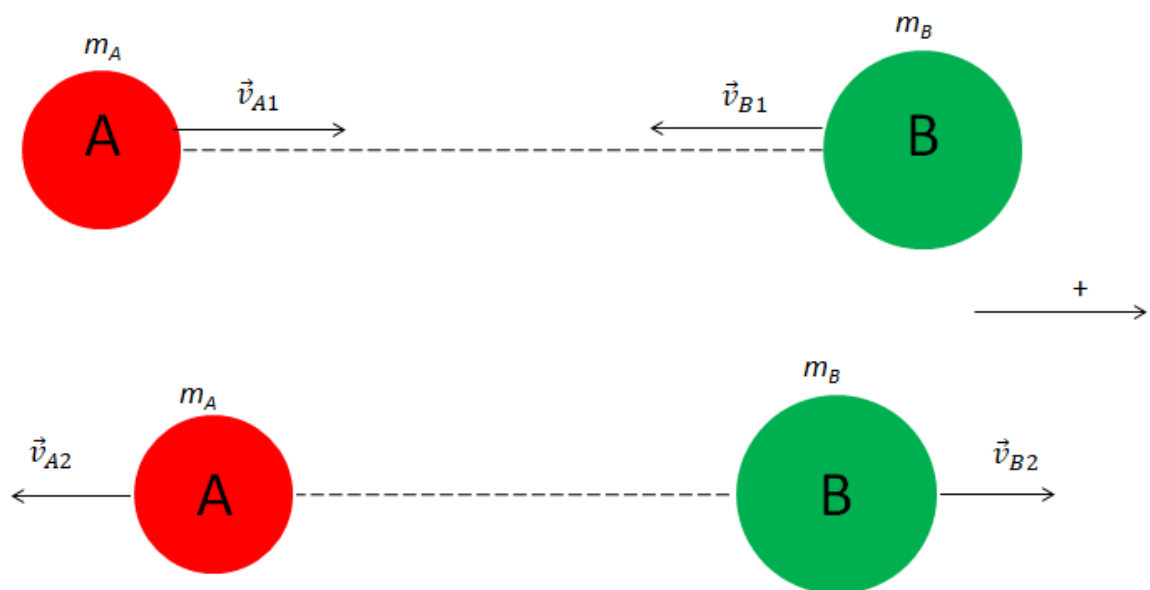
$$\frac{E_{KAB}}{E_{KA}} = \frac{m_A}{m_A + m_B} < 1 \quad (4.6)$$

4.2 Elastičan sudar

Nastaje kada je zbroj količina gibanja i zbroj kinetičkih energija tijela očuvan. Ukoliko se središta tijela gibaju na istom pravcu takav sudar zovemo centralnim za razliku od sudara u kojem se središta tijela ne gibaju po istom pravcu – necentralni sudar [18]:

4.2.1 Elastičan centralni sudar

Ako razmotrimo dva tijela različitih masa koja se gibaju različitim brzinama po istom pravcu i odbijaju, njihove brzine nakon sudara, budući da nam je poznato stanje prije sudara, možemo lako izračunati primjenom zakona o očuvanju količine gibanja i zakona o očuvanju energije:



Slika 9. Prikaz gibanja tijela prije i nakon elastičnog centralnog sudara

Na pravcu sudara odredili smo pozitivan smjer, pa brzine možemo zapisati kao algebarske veličine. Indeksom 1 označiti ćemo stanje prije sudara, a indeksom 2 nakon sudara.

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B1}^2 = \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B2}^2 \quad (4.7)$$

$$m_A v_{A1} + m_B v_{B1} = m_A v_{A2} + m_B v_{B2} \quad (4.8)$$

Kada preuredimo jednadžbu na način da sa svake strane grupiramo članove koji se odnose na pojedino tijelo dobiti ćemo nove jednadžbe:

$$m_A(v_{A1}^2 - v_{A2}^2) = m_B(v_{B2}^2 - v_{B1}^2) \quad (4.9)$$

$$m_A(v_{A1} - v_{A2}) = m_B(v_{B2} - v_{B1}) \quad (4.10)$$

Nakon što ove dvije jednadžbe podijelimo, dobijemo:

$$v_{A1} + v_{A2} = v_{B2} + v_{B1} \quad (4.11)$$

odnosno:

$$v_{A1} - v_{B1} = v_{B2} - v_{A2} \quad (4.12)$$

Iz čega zaključujemo da je relativna brzina prije sudara jednaka relativnoj brzini nakon sudara.

Brzine tijela A i B nakon sudara možemo dobiti iz jednadžbi (4.10 i 4.11) što ujedno predstavlja opća rješenja za centralni sudar elastičnih tijela za bilo koje početne uvijete :

$$v_{A2} = \frac{2m_B v_{B1} + v_{A1}(m_A - m_B)}{m_A + m_B} \quad (4.13)$$

$$v_{B2} = \frac{2m_A v_{A1} + v_{B1}(m_B - m_A)}{m_A + m_B} \quad (4.14)$$

Kod centralnog sudara važno je razmotriti slučaj kada jedno tijelo miruje, a drugo naleti na njega. U općim rješenjima za v_{B1} mirujuće tijelo uvrštavamo $v_{B1}=0$ pa dobijemo jednostavne izraze za brzine tijela nakon sudara koje ovise o omjeru njihovih masa [3]:

$$v_{A2} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{A1} = \frac{\frac{m_A}{m_B} - 1}{\frac{m_A}{m_B} + 1} v_{A1} \quad (4.15)$$

$$v_{B2} = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{A1} = \frac{2 \frac{m_A}{m_B}}{\frac{m_A}{m_B} + 1} v_{A1} \quad (4.16)$$

Posebni slučajevi:

Ako je masa tijela A koje se giba puno puno manja od mase tijela koje miruje B , tijelo A odbiti će se približno istom brzinom, ali u suprotnom smjeru, a tijelo B koje miruje ostati će i dalje mirovati:

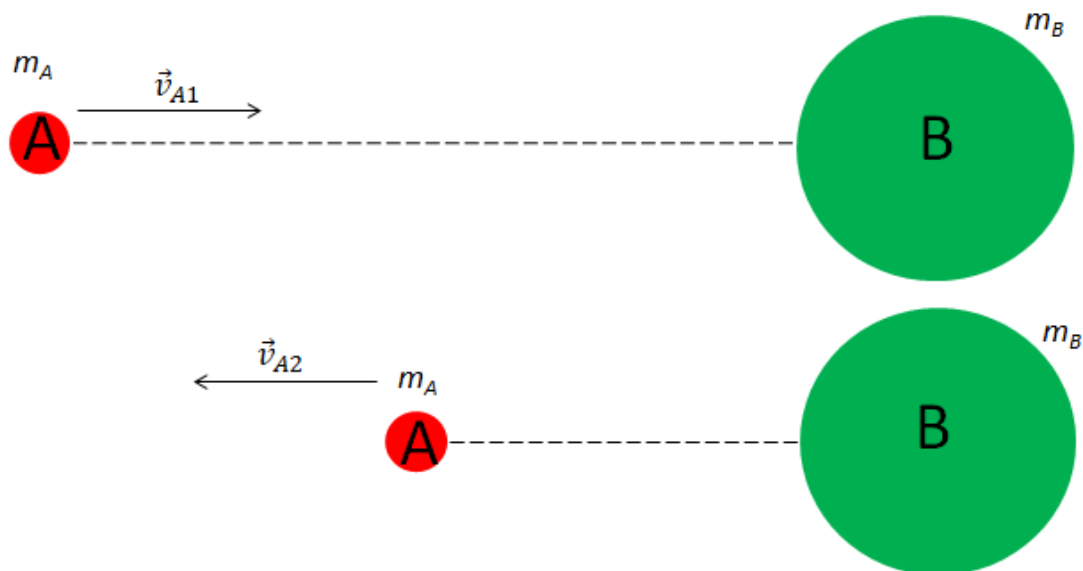
$$\frac{m_A}{m_B} \ll 1, \quad v_{A2} \approx -v_{A1} \quad (4.17)$$

U jednadžbu (4.15), budući da je $m_A \ll m_B$, za m_A uvrstimo 0 i dobijemo:

$$v_{A2} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{A1} = \frac{-m_B}{m_B} v_{A1} = -v_{A1} \quad (4.18)$$

odnosno u jednađzbu (4.16):

$$v_{B2} = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{A1} = \frac{v_{A1}}{m_B} \approx 0 \quad (4.19)$$



Slika 10. Prikaz gibanja tijela prije i nakon sudara kada je $m_A \ll m_B$

Ako je masa tijela A koje se giba jednaka masi tijela B koje miruje, tijelo A će se zaustaviti, a tijelo B dobiti će brzinu kojom se do tada gibalo tijelo A :

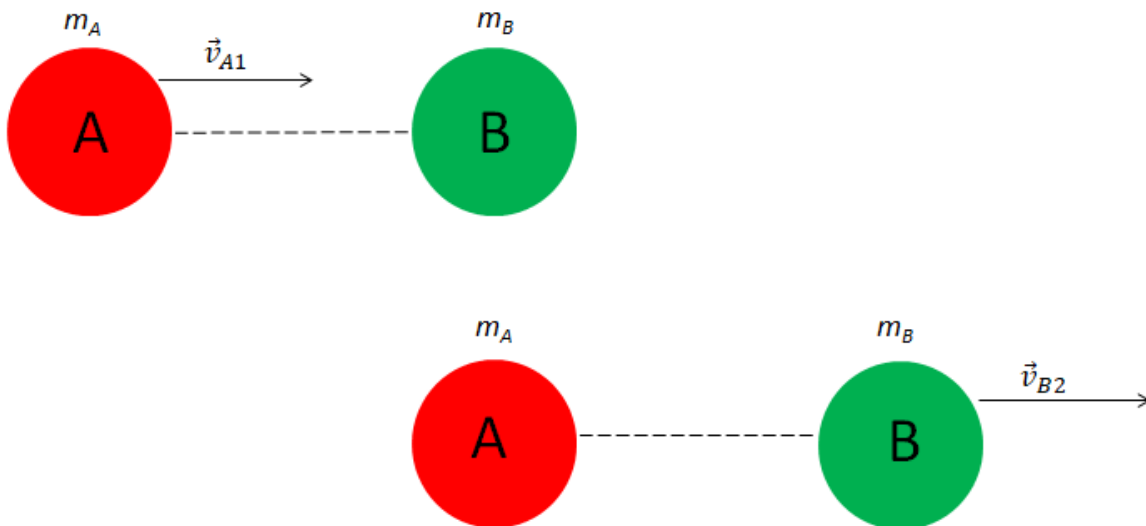
$$\frac{m_A}{m_B} = 1, \quad v_{A2} = 0, \quad v_{B2} = v_{A1} \quad (4.20)$$

U jednađbu (4.15) , budući da je $m_A = m_B$, za m_A, m_B uvrstimo m i dobijemo:

$$v_{A2} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{A1} = \frac{m - m}{m + m} v_{A1} = 0 \quad (4.21)$$

odnosno u jednađbu (4.16):

$$v_{B2} = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{A1} = \frac{2m}{m + m} v_{A1} = v_{A1} \quad (4.22)$$



Slika 11. Prikaz gibanja tijela prije i nakon sudara kada je $m_A = m_B$

Ako je masa tijela A koje se giba puno puno veća od mase tijela B koje miruje, tijelo A nastavlja se gibati istom brzinom dok tijelo B dobije dvostruku brzinu od brzine kojom je tijelo A naletjelo na njega.

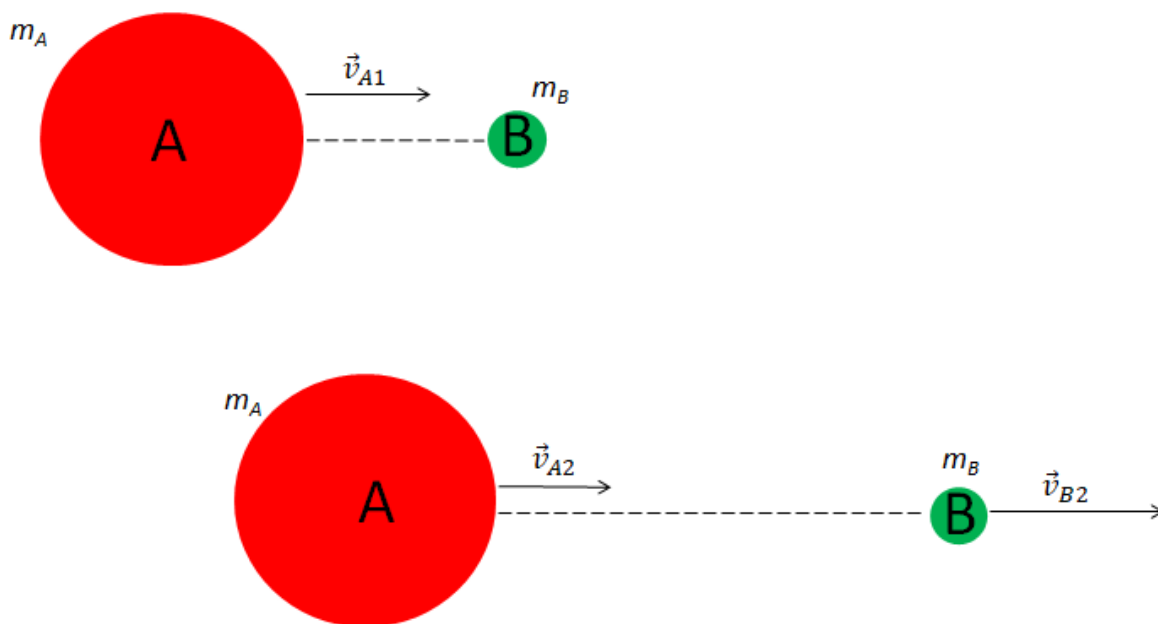
$$\frac{m_A}{m_B} \gg 1, \quad v_{A2} = v_{A1}, \quad v_{B2} \approx 2v_{A1} \quad (4.23)$$

U jednađbu (4.15), budući da je $m_A \gg m_B$, za m_B uvrstimo 0 i dobijemo:

$$v_{A2} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{A1} = \frac{m_A}{m_A} v_{A1} = v_{A1} \quad (4.24)$$

odnosno u jednađbu (4.16):

$$v_{B2} = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{A1} = \frac{2m_A}{m_A} v_{A1} = 2v_{A1} \quad (4.25)$$

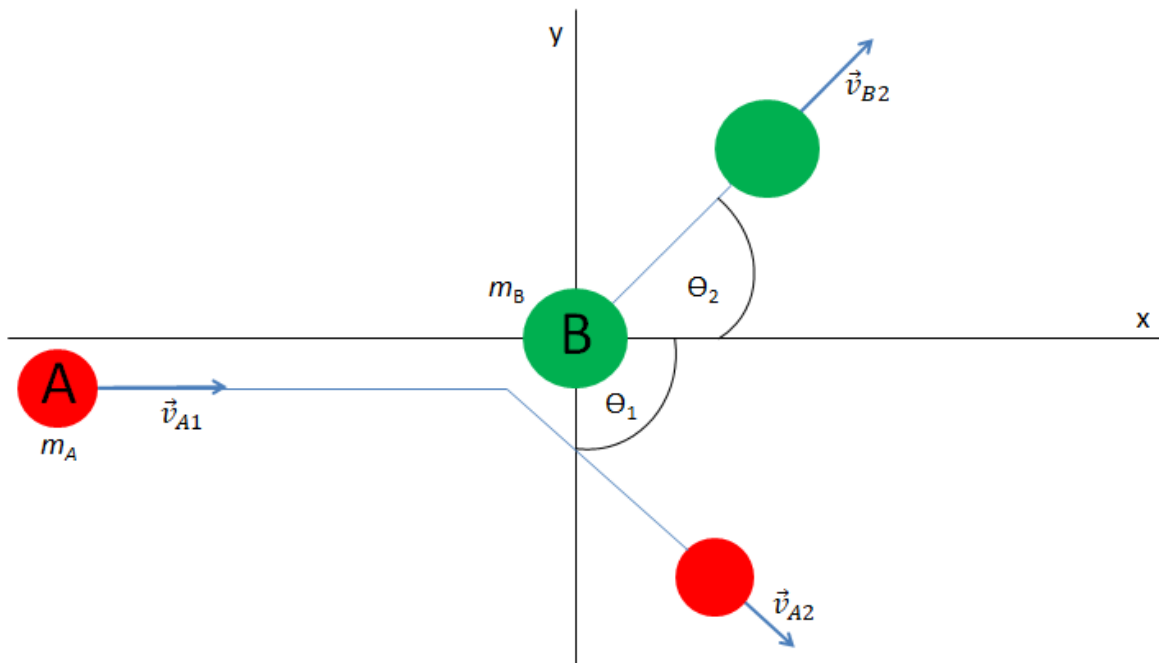


Slika 12. Prikaz gibanja tijela prije i nakon sudara kada je $m_A \gg m_B$

4.2.2 Elastičan necentralni sudar

Kada se dva tijela gibaju po različitim pravcima, ali ne dalje od zbroja radijusa oba tijela i odbijaju se, govorimo o necentralnom elastičnom sudaru.

Ako razmotrimo slučaj dva tijela: tijelo A , koje se giba po pravcu koji ne prolazi kroz centar mase tijela B koje miruje, i sudara se s njim doći će do necentralnog sudara. Količina gibanja između ta dva tijela odrediti će smjerove kojima će se ona gibati nakon sudara te se ona neće gibati po istoj osi kao i prije sudara. Tijelo A nastavlja se gibati pod kutom θ_1 brzinom v_{A1} , a tijelo B brzinom v_{B2} pod kutom θ_2 u odnosu na početni smjer gibanja tijela A .



Slika 13. Elastičan necentralni sudar u koordinatnom sustavu

Ukupna količina gibanja u takvom zatvorenom sustavu mora biti očuvana:

$$\vec{p}_{A1} + \vec{p}_{B1} = \vec{p}_{A2} + \vec{p}_{B2} \quad (4.26)$$

Ako je sudar elastičan i kinetička energija sustava također će biti očuvana:

$$Ek_{A1} + Ek_{B1} = Ek_{A2} + Ek_{B2} \quad (4.27)$$

Kada ova dva tijela smjestimo u koordinatni sustav kao na slici (13) iščitamo komponente po osi x uzimajući u obzir da tijelo B miruje:

$$m_A v_{A1} = m_A v_{A2} \cos \theta_1 + m_B v_{B2} \cos \theta_2 \quad (4.28)$$

po osi y:

$$0 = -m_A v_{A2} \sin \theta_1 + m_B v_{B2} \sin \theta_2 \quad (4.29)$$

također i zakon očuvanja energije s obzirom na konkretan slučaj možemo prepisati:

$$\frac{1}{2} m_A v_{A1}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B2}^2 \quad (4.30)$$

Ove jednadžbe sadrže sljedeće varijable : mase m_A , m_B , brzine v_{A1} , v_{A2} , v_{B2} , te kutove θ_1 i θ_2 . Ukoliko su nam poznate četiri od njih lako možemo izračunati one nepoznate rješavanjem sustava jednadžbi [26].

5. PRIMJENA FIZIKALNIH VELIČINA I ZAKONA U ANALIZI SUDARA

Polaznu osnovu za analizu sudara čine podaci s mjesta na kojem je do istoga došlo, a bez kojih kasnije ne bismo mogli utvrditi detalje i okolnosti pod kojima je do sudara došlo niti bismo mogli izvršiti izračune npr. položaj točke od koje počinjemo mjerenja – PTM, te detaljan opis stanja kolnika temeljem kojega kasnije uzimamo u obzir koeficijente pri izračunima što je vidljivo iz tablice 1.

Tragovi na mjestu sudara mogu nam često dati najvažnije informacije jer nam daju polaznu osnovu za izračun brzine kretanja.

Osnovni podaci o vozilima također su veoma važni jer, kako smo vidjeli u prethodnom poglavlju, masa tijela direktno je povezana s njegovim ponašanjem tijekom sudara.

Da bismo mogli izračunati potrebne nam veličine primijeniti ćemo dobro nam poznate jednadžbe:

Iz jednadžbe (3.1) slijedi da je

$$s = vt [m] \tag{5.1}$$

pri čemu je :

- s – prijeđeni put [m]
- t – vrijeme [s]
- v – brzina [m/s]

Da je ukupan rad jednak promjeni kinetičke energije pokazali smo jednadžbom (3.26), a kinetičku energiju jednadžbom (3.27)

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Također znamo da je obavljeni rad jednak umnošku sile i puta duž kojega je ona djelovala

$$W = Fs$$

Iz drugog Newtonovog zakona nam je poznato da je sila jednaka umnošku mase i ubrzanja (3.7)

$$F = ma$$

pa uvrštavanjem dobijemo:

$$W = mas$$

Budući da se cjelokupna kinetička energija pretvara u rad:

$$\frac{mv^2}{2} = mas$$

brzina kretanja jednaka je:

$$v^2 = 2as \quad \text{odnosno} \quad v = \sqrt{2as} \quad (5.2)$$

Ako znamo koliki je vremenski interval kočenja početnu brzinu možemo izračunati jednadžbom

$$v = at \quad (5.3)$$

Uvrštavanjem jednadžbe (5.3) u jednadžbu (5.2) dobijemo:

$$v = \sqrt{2as}$$

$$at = \sqrt{2as} /^2$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad (5.4)$$

pri čemu je:

- s – prijeđeni put [m]
- t – vrijeme [s]
- a – akceleracija [m/s²]

- v – brzina [m/s]

5.1 Zaustavni put vozila

Zaustavni put je put koji vozilo pređe od trena kada je vozač uočio prepreku do trena kada je zaustavio vozilo. Sastoji se od puta reagiranja i puta kočenja.

Vrijeme reagiranja veoma je važno za pravilnu analizu osobito za mogućnost izbjegavanja sudara. Da bi se uspostavila maksimalna sila kočenja pređe određeno vrijeme dok vozač shvati opasnost, odluči kako će reagirati te fizički reagira npr. pritiskom papučice kočnice.

Ukupno vrijeme reagiranja t_s sastoji se od [22]:

- t_1 vremena reagiranja – vrijeme koje je potrebno za spoznaju opasnosti pa do reakcije na nju. Za prometnu situaciju normalne složenosti iznosi oko 0,8 sekundi
- t_2 vremena zakašnjenja prihvaćanja kočnica - iznosi od 0,05-0,2 sekundi kod hidrauličkog, a 0,2-0,4 sekundi kod pneumatskog sistema
- t_3 vremena porasta usporenja – vrijeme od trenutka početka usporenja do maksimalne vrijednosti usporenja (za osobna vozila iznosi 0,15 s. za teretna 0,2-0,6 s)

$$t_s = t_1 + t_2 + t_3 \quad [s] \quad (5.5)$$

Poznavajući jednadžbe (5.1), (5.3) i (5.4) možemo izračunati dužinu zaustavnog puta (od mjesta na kojem je vozač reagirao do mjesta zaustavljanja) pomoću izraza:

$$S_z = (t_1 + t_2 + 0,5t_3)V_0 + \frac{(V_0)^2}{2a} \quad [m] \quad (5.6)$$

pri čemu je:

- S_z – dužina puta [m]
- V_0 – brzina kretanja [m/s]
- t_s – ukupno vrijeme reagiranja (5.5) [s]
- a – usporenje [m/s^2]
- t_3 – vrijeme porasta usporenja [s]

Usporenje za pojedine vrste vozila pri intenzivnom kočenju određuje se eksperimentalno pa ga možemo iščitati iz dostupne tablice [20]:

Redni broj	Kategorija teretnog automobila i opterećenost priključnog vozila	Opterećenost teretnog automobila odnosno vučnog vozila	Stanje asfaltnog zastora	Usporenje [m/s^2]	
				granične vrijednosti	prosječna vrijednost
1.	TA nosivosti do 30 kN	Opterećeno Neopterećeno (prazno)	Suh	7,0–8,3 7,3–8,6	7,6 7,9
2.	TA nosivosti od 30 do 75 kN	Opterećeno Neopterećeno		5,5–7,6 6,0–8,1	6,6 7,0
3.	TA nosivosti od 75 do 220 kN	Opterećeno Neopterećeno		5,0–6,6 5,0–7,6	5,8 6,3
4.	Vučno vozilo s neopterećenim priključnim vozilom (prikolicom)	VV opterećeno VV neopterećeno		4,5–6,0 4,3–7,5	5,2 5,9
5.	Vučno vozilo s opterećenim priključnim vozilom (prikolicom)	VV opterećeno VV neopterećeno		4,5–5,0 3,5–5,5	4,7 4,5
6.	TA nosivosti do 30 kN	Opterećeno Neopterećeno	Mokar	5,5–7,0 5,5–7,3	6,3 6,4
7.	TA nosivosti od 30 do 75 kN	Opterećeno Neopterećeno		4,5–5,5 4,5–6,0	5,0 5,8
8.	TA nosivosti od 75 do 220 kN	Opterećeno Neopterećeno		4,0–5,5 4,0–5,0	4,8 4,5
9.	Vučno vozilo s neopterećenim priključnim vozilom	VV opterećeno VV neopterećeno		3,5–5,8 4,0–6,0	4,5 5,0
10.	Vučno vozilo s opterećenim priključnim vozilom	VV opterećeno VV neopterećeno		3,5–5,5 3,5–4,5	4,5 4,0
11.	TA ili skup vozila	–	Snijeg	1,5–2,5	2,0

Tablica 2. Vrijednosti usporenja pri ekstremnom kočenju teretnih automobila i skupa vozila na asfaltnom kolniku

Usporenje tijela bez kočenja, a s obzirom na trenje ovisno o vrsti podloge kojom se vozilo kretalo možemo izračunati poznavajući sile koje djeluju na tijelo pri tom kretanju:

U jednadžbu (3.20) $F_{tr} = \mu N$ uvrstimo koeficijent trenja iščitani iz tablice 1. te iznos sile N koja je jednaka težini vozila $G = N = mg$ [N]

$-F_{tr} = ma$ iz čega proizlazi da je

$$a = \frac{-F_{tr}}{m} [m/s^2] \quad (5.7)$$

Zbog djelovanja inercijskih sila pri kočenju vozila prednja osovina dodatno se opterećuje pa se na mjestu dodira prednjih kotača i podloge ostvaruje veća sila trenja nego na mjestu zadnjih kotača i podloge [24]:

Usporenje ovisi o nizu različitih faktora poput vrste vozila, opterećenja, vrste i stanja guma, vrste i stanja kolnika. Zbog toga se najčešće za iznos usporenja uzima eksperimentalno utvrđena vrijednost dostupna u stručnoj literaturi [6].

5.2 Određivanje brzine vozila

Prema podacima MUP-a u 2017. godini u Republici Hrvatskoj dogodilo se ukupno 34 368 prometnih nesreća od čega zbog greške vozača 95,1%.

Brzina kretanja vodeći je uzročnik prometnih nesreća osobito brzina neprilagođena uvjetima na cesti, zbog čega je nju prvu potrebno utvrditi pri analizi sudara [15].

Brzinu kao fizikalnu veličinu definirali smo u 2. poglavlju. Brzina s prometnog stajališta može biti:

- propisna – utvrđena zakonom, prometnim znakom i vrstom ceste
- prilagođena – primjerena trenutnim uvjetima na cesti s obzirom na vremenske prilike, stanje vidljivosti i preglednosti ceste.

Osim što je vozač dužan voziti propisnom brzinom dužan je istu prilagoditi i trenutnim uvjetima na cesti koja ponekad može biti i znatno manja od propisne.

Izračun brzina relevantnih za analizu:

Primjenom jednadžbi (5.2) i (5.3), brzinu V_0 kojom se vozilo kretalo u trenutku kada vozač počinje pritiskati papučicu kočnice možemo dobiti iz jednadžbe:

$$V_0 = \frac{t_3}{2}a + \sqrt{2as_4 + v_{10}^2} \quad [m/s] \quad (5.8)$$

gdje je:

- V_0 – brzina u trenutku reagiranja vozača [m/s]
- V_{10} – brzina u trenutku sudara [m/s]
- a – maksimalno usporenje [m/s^2]
- s_4 – dužina traga kočenja [m]
- $\frac{t_3}{2}$ – korigirano vrijeme porasta usporenja [s]

Primjenom jednadžbe (5.2) brzinu vozila neposredno nakon sudara, a s obzirom na različite terene kretanja možemo dobiti iz jednadžbe :

$$V_{iz} = \sqrt{2(a \cdot s_k + a \cdot s_t)} \quad [m/s] \quad (5.9)$$

pri čemu je:

- V_{iz} – brzina nakon sudara [m/s]
- a – maksimalno usporenje [m/s^2]
- s_k – dužina traga kočenja po kolniku [m]
- s_t – dužina traga kočenja po travi [m]

Primjenom jednadžbe (3.31) pomoću zakona o očuvanju količine gibanja možemo dobiti brzinu vozila u trenutku sudara iz jednadžbe:

$$V_{20} = V_{2iz} + \frac{m_1}{m_2} (V_{1iz} - V_{10}) \quad [m/s] \quad (5.10)$$

pri čemu je:

- V_{20} – brzina osobnog vozila u trenutku sudara [m/s]
- V_{10} – brzina teretnog skupa vozila u trenutku sudara [m/s]
- m_1 – masa teretnog vozila [kg]
- m_2 – masa osobnog vozila [kg]
- V_{2iz} – brzina osobnog automobila nakon sudara [m/s]
- V_{1iz} – brzina teretnog automobila nakon sudara [m/s]

Brzina izbjegavanja sudara odnosno brzinom kojom bi se vozilo kretalo da se na udaljenosti do mjesta sudara vozilo zaustavi, možemo izračunati primjenom jednadžbi (5.2) i (5.3) s obzirom na način kretanja u danom trenutku jednadžbom:

$$V_{izb} = \sqrt{(t_s \cdot a)^2 + 2a \cdot S_{ds}} - t_s \cdot a \quad [m/s] \quad (5.11)$$

pri čemu je:

- V_{izb} – brzina pri kojoj bi bilo moguće izbjeći sudar [m/s]
- t_s – ukupno vrijeme reagiranja sustava [s]
- a – maksimalno usporenje [m/s^2]
- S_{ds} – dužina puta [m]

Brzina vožnje kroz zavoj

S obzirom na nagib kolnika ukupni bočni koeficijent trenja određen je izrazom [20]:

$$\mu = \mu_b + tg\beta = \mu_b + 0,01 p \quad (5.12)$$

pri čemu je:

- μ – koeficijent trenja
- μ_b – koeficijent prijanjanja
- β – nagib zavoja [$^\circ$]
- $tg\beta - p/100$ [%]

Primjenom jednadžbi (3.23) i (5.12) graničnu brzinu vožnje kojom možemo proći kroz zavoj možemo izračunati iz izraza:

$$V_{gr} = \sqrt{r \cdot g \cdot (\mu \pm p_{up} + p_n)} \quad [m/s] \quad (5.13)$$

pri čemu je

- r – polumjer zavoja [m]
- g – ubrzanje sile teže [m/s^2]
- μ – koeficijent trenja
- p_{up} – +uspon, - pad / 100
- p_n – poprečni nagib kolnika /100

5.3 Vremensko prostorna analiza

Analiza sudara najčešće zahtjeva odgovore na pitanja poput:

Tko je od učesnika napravio propuste i koje? Da li je i na koji način bilo moguće izbjeći sudar? Da li bi pod određenim uvjetima i okolnostima bilo moguće izbjeći sudar?

Upravo zbog ovakvih pitanja ponekad je potrebno „vratiti vrijeme“ i pogledati gdje su se vozila u određenom trenutku nalazila. Da bi to bilo moguće moramo poštovati osnovnu funkcionalnu vezu između brzine, puta i vremena odnosno između veličina koje određuju

vremensko prostornu analizu. Za analizu kretanja automobila primjenjujemo poznate metode za izračun brzina vozila. Temeljem vremena i brzine izračunavamo podatke za prijeđeni put odnosno iz podataka za put računamo vremenske intervale [14].

Vremensko prostorna analiza prikazuje nam u kojem su se trenutku vozila nalazila na kojim mjestima te kakvo je bilo njihovo kretanje tijekom vremena do sudara.

Najčešće uspoređujemo gdje su se vozila nalazila u trenutku reagiranja, kočenja, sudara kako bi se vidjelo da li su uopće postojale mogućnosti za izbjegavanje i sprečavanje istoga.

Tragovi kočenja počinju tek kada je vozač pritisnuo kočnicu, ali zaustavni put počinje nešto ranije – na mjestu kada je vozač uočio opasnost. Ako želimo utvrditi gdje se vozač nalazio kada je uočio opasnost možemo pomoću tragova kočenja i poznavanja puta reagiranja utvrditi mjesto gdje se vozilo nalazilo, odnosno vrijeme koje je proteklo.

Put reagiranja računamo pomoću osnovnog izraza (5.1):

$$S_R = t_s V_0 \text{ [m]} \quad (5.14)$$

pri čemu je:

S_R – put reagiranja

t_s – ukupno vrijeme reagiranja koje izračunamo pomoću jednadžbe (5.5)

V_0 - brzina u trenutku reagiranja vozača koju izračunamo pomoću izraza (5.8)

Ukupan put od trenutka reagiranja izračunamo

$$S_{ds} = S_R + S_K \text{ [m]} \quad (5.15)$$

pri čemu je:

- S_K - izmjerena duljina traga kočenja [m]

Razlikom između brzina na početku vidljivih tragova kočenja i brzine u trenutku sudara možemo izračunati vremensko trajanje kočenja, te pomoću tog vremena možemo utvrditi gdje se drugo vozilo nalazilo u istom trenutku s obzirom na brzinu kojom se ono kretalo.

Brzinu na početku vidljivih tragova kočenja pomoću jednadžbe (5.2) računamo izrazom:

$$V_1 = \sqrt{2aS_K + V_{10}^2} \text{ [m/s]} \quad (5.16)$$

pri čemu je:

- V_1 brzina na početku tragova kočenja [m/s]
- S_K - izmjerena duljina traga kočenja [m]
- V_{10} - brzina u trenutku sudara [m/s]

Iz jednadžbe (5.3) računamo vremensko trajanje kočenja:

$$t_{kdn} = t_s + \frac{V_1 - V_{10}}{a} \text{ [s]} \quad (5.17)$$

pri čemu je:

- t_{kdn} – vrijeme kočenja do mjesta sudara [s]
- t_s – ukupno vrijeme reagiranja koje izračunamo pomoću jednadžbe (5.5) [s]
- V_1 brzina na početku tragova kočenja [m/s]
- V_{10} - brzina u trenutku sudara [m/s]
- a - usporenje [m/s²]

6. PRIMJER ANALIZE SUDARA

Sudar teretnog skupa vozila mase 14780 kg i osobnog vozila mase 1095 kg dogodio se u desnom zavoju radijusa 138 m u smjeru kretanja teretnog skupa vozila na kolniku u padu od 3%, poprečnog nagiba 2%, hrapave i suhe površine asfalta, preklapanjem prednjih fronti vozila – frontalni sudar. Uzdužne osi vozila zatvarale su kut od $\alpha = 175^\circ$ do 177° . Na mjestu sudara ograničenje brzine iznosilo je 50 km/h.

Teretno vozilo ostavilo je tragove kočenja na asfaltu duljine 17,5 m. Osobno vozilo do mjesta sudara nije ostavilo tragove kočenja.

Za ovaj sudar utvrditi ćemo:

- Kojom se brzinom kretalo teretno vozilo.
- Kojom se brzinom kretao osobni automobil.
- Da li je brzina teretnog skupa vozila bila primjerena zavojitosti i nagibu ceste.
- Da li bi teretni skup vozila prešao na lijevu stranu kolnika da se kretao dozvoljenom brzinom.
- Da li je prije naleta na osobno vozilo teretni skup vozila prešao središnju uzdužnu crtu na kolniku i za koliko.
- Koja je brzina bila primjerena i pri kojoj teretni skup vozila ne bi prešao na lijevu stranu kolnika.
- Da li se neposredno prije naleta teretni skup vozila kretao svojom stranom kolnika.
- Kakav je međusobni sudarni položaj vozila.
- Zbog čega je teretni skup vozila prešlo na lijevu stranu kolnika.
- Što je uzrokovalo ovaj prijelaz odnosno da li bi nastavio sa ovakvim kretanjem da je vozio dozvoljenom brzinom.
- Da li se osobni automobil prije sudara kretao svojom desnom stranom kolnika.
- Koja je brzina primjerena za njegov nesmetan prolaz kroz zavoj, a bez prijelaza na lijevu stranu kolnika.
- Koliko je iznosila naletna brzina osobnog automobila.

6.1 Brzine kretanja

Brzina kretanja teretnog skupa vozila u trenutku sudara

Brzina ovog vozila očitana je sa tahografskog listića te ona u trenutku sudara iznosi :

$$V_{10} = 70 \text{ km/h ili } 19,44 \text{ m/s}$$

Brzina kretanja teretnog skupa vozila neposredno prije poduzimanja radnje intenzivnog kočenja

Vozač teretnog skupa vozila intenzivno je kočio na dužini puta od 17,5 m do mjesta sudara pa brzinu kretanja skupa vozila možemo izračunati jednadžbom (5.8):

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{t_3}{2} \cdot a + \sqrt{2aS_4 + V_{10}^2} \\ &= \frac{0,4}{2} \cdot 4 + \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 17,5 + 19,44^2} \\ &= 0,8 + \sqrt{517,9} \\ &= 0,8 + 22,75 \\ &= \mathbf{23,55 \text{ m/s ili } 84,78 \text{ km/h}} \end{aligned}$$

Teretni skup vozila, neposredno prije poduzetog intenzivnog kočenja, kretao se brzinom od oko 84,78 km/h.

Brzina osobnog automobila u trenutku sudara

U trenutku sudara osobni automobil odbačen je 39 metara u nazad i to 26 m po kolniku i 13 m po travnatoj površini. Prilikom sudara s teretnim skupom vozila došlo je do utiskivanja prednjeg dijela osobnog automobila te odbačaja uz struganje oštećenog podvozja po kolniku, nakon čega je odbačeno van, sebi s desne strane kolnika, što zaključujemo po ostavljenom tragu struganja po zemljanoj kosini. Vozilo se zaustavilo u konačnom položaju koji je na situacijskom planu označen brojem „16“.

S obzirom na način kretanja osobnog vozila, njegovu izlaznu brzinu nakon sudara računamo pomoću jednadžbe (5.9):

$$\begin{aligned}V_{2iz} &= \sqrt{2(a \cdot S_k + a \cdot S_t)} \\&= \sqrt{2(3 \cdot 26 + 2,5 \cdot 13)} \\&= \sqrt{221} \\&= \mathbf{14,88 \text{ m/s ili } 53,6 \text{ km/h}}\end{aligned}$$

Nakon intenzivnog kočenja i sudara, teretni skup vozila uz nastavno kočenje izletio je, sebi s lijeve strane kolnika, niz zemljanu kosinu do položaja u kojem se zaustavio na neravnom terenu livade što je u situacijskom planu označeno brojem „19“. U tom kretanju teretni skup vozila prešao je put od 59 m i to 15 m po kolniku i 44 m po travi.

S obzirom na ovo kretanje izlazna brzina teretnog skupa vozila nakon sudara prema jednadžbi (5.9) iznosila je oko:

$$\begin{aligned}V_{1iz} &= \sqrt{2(a \cdot S_k + a \cdot S_t)} \\&= \sqrt{2(3,5 \cdot 15 + 2 \cdot 44)} \\&= \sqrt{281} \\&= \mathbf{16,79 \text{ m/s ili } 60,44 \text{ km/h}}\end{aligned}$$

Temeljem Zakona o očuvanju količine gibanja, brzina osobnog vozila u trenutku sudara prema jednadžbi (5.10) iznosila je oko:

$$\begin{aligned}V_{20} &= V_{2iz} + \frac{m_1}{m_2} (V_{1iz} - V_{10}) \\&= 14,88 + \frac{14515}{1245} (16,72 - 19,44) \\&= \mathbf{16,83 \text{ m/s ili } 60,6 \text{ km/h}}\end{aligned}$$

Osobno vozilo se u trenutku sudara kretalo brzinom od 60,6 km/h.

6.2 Put i vrijeme zaustavljanja vozila

Dužina puta kočenja i vrijeme zaustavljanja teretnog vozila do mjesta sudara

Da bismo saznali na kojoj udaljenosti je vozač teretnog skupa vozila reagirao primijeniti ćemo jednadžbu (5.14) kojom možemo izračunati ukupan put.

Vozač teretnog skupa vozila reagirao je radnjom intenzivnog kočenja na udaljenosti od 45,8 m do mjesta sudara:

Vrijeme reagiranja računamo jednadžbom (5.5)

$$t_s = t_1 + t_2 + t_3 = 0,6 + 0,2 + 0,4 = 1,2 \text{ s}$$

Kada nam je poznato vrijeme reagiranja uvrštavanjem u jednadžbu (5.14) izračunamo put reagiranja:

$$S_R = t_s \cdot V_0 = 1,2 \cdot 23,55 = 28,26 \text{ m}$$

Sada prema jednadžbi (5.15) izračunamo ukupan put:

$$S_{ds} = S_R + S_K = 28,26 + 17,5 = \mathbf{45,8 \text{ m}}$$

Protjeklo vrijeme možemo izračunati poznavajući vrijeme reagiranja te vrijeme za koje se promijenila brzina od početka tragova kočenja do trenutka sudara.

Kako nam je poznata dužina traga kočenja te brzina u trenutku sudara, brzinu na početku tragova kočenja možemo izračunati jednadžbom (5.16)

$$\begin{aligned} V_1 &= \sqrt{2a \cdot S_K + V_{10}^2} \\ &= \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 17,5 + 19,44^2} \\ &= 22,75 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Sada možemo izračunati proteklo vrijeme:

$$\begin{aligned}t_{kdn} &= t_s + \frac{V_1 - V_{10}}{a} \\ &= 1,2 + \frac{22,75 - 19,44}{4} = \mathbf{2,02\ s}\end{aligned}$$

Vremenski je to iznosilo **2,02 sekunde**.

Međusobna udaljenost vozila u trenutku reagiranja vozača teretnog skupa vozila

Kada znamo gdje se nalazio teretni skup vozila u trenutku reagiranja, poznavajući brzinu kretanja osobnog vozila možemo pomoću izraza (5.1) izračunati na kojoj se ono udaljenosti nalazilo za isti vremenski period.

U trenutku kada je vozač teretnog skupa vozila reagirao radnjom intenzivnog kočenja, teretni skup vozila i osobno vozilo međusobno su bili udaljeni :

$$\begin{aligned}S_m &= S_{teretnog} + S_{osobnog} \\ &= 45,8 + V_{20} \cdot t_{kdn} \\ &= 45,8 + (16,83 \cdot 2,02) \\ &= \mathbf{79,8\ metara}\end{aligned}$$

6.3 Položaj vozila na cesti neposredno prije i u trenutku sudara

Položaj teretnog skupa vozila u trenutku pojave tragova kočenja

U situacijskom planu pod brojevima „1“ i „2“ označeni su tragovi kočenja teretnog skupa vozila. Početak lijevog traga kočenja teretnog vozila izuzet je na udaljenosti od PTM za 41,80 m zapadno te lijevo od osovine za 2,85 m iz čega proizlazi da se ovo vozilo u trenutku pojave tragova kočenja nalazilo za oko 0,30-0,40m u svojoj prometnoj traci.

$$S_{bd} = 0,30 - 0,40 \text{ m}$$

Položaj teretnog skupa vozila u trenutku sudara

U trenutku sudara, teretni skup vozila pri intenzivnom kočenju, prešlo je na lijevu kolničku traku, odnosno od pune uzdužne razdjelne crte kolnika za 1,20-1,30 m, što je u situacijskom planu označeno brojem „22“. Budući da se na početku tragova kočenja teretni skup vozila nalazio u svojoj desnoj kolničkoj traci ovaj prelazak posljedica je intenzivnog kočenja.

$$S_{bl} = 1,20 - 1,30 \text{ m}$$

Položaj osobnog vozila neposredno prije sudara

O kretanju osobnog vozila neposredno prije početka sudara nema podataka, a kako nema niti tragova kočenja nemoguće je analizirati kretanje ovog vozila prije sudara.

Položaj osobnog vozila u trenutku sudara

Na situacijskom planu pod brojem „3“ označen je trag oštećenja kolnika koji je nastao prilikom sudara dvaju navedenih vozila. Kako je količina gibanja teretnog skupa vozila znatno veća od količine gibanja osobnog vozila, došlo je do utiskivanja prednjeg dijela osobnog vozila što je ostavilo ovaj trag na kolniku koji praktično utvrđuje mjesto sudara. Iz ovog traga razvidno je da se osobno vozilo u trenutku sudara nalazilo djelomično ulijevo i to minimalno 0,40-0,50 m preko pune razdjelne crte na kolniku.

$$S_{bl} = 0,40 - 0,50 \text{ m}$$

6.4 Mogućnost izbjegavanja sudara

Brzina kretanja teretnog skupa vozila pri kojoj bi uz poduzeto kočenje vozilo bilo zaustavljeno do mjesta sudara

Na udaljenosti od 45,8 m prije mjesta sudara vozač teretnog skupa vozila poduzeo je radnju intenzivnog kočenja. Na putu ove dužine navedeno vozilo bilo bi moguće zaustaviti intenzivnim kočenjem da se kretalo brzinom koji možemo izračunati jednadžbom (5.11):

$$\begin{aligned}V_{izb} &= \sqrt{(t_s \cdot a)^2 + 2a \cdot S_{ds}} - t_s \cdot a \\ &= \sqrt{(1,2 \cdot 4)^2 + 2 \cdot 4 \cdot 45,8} - 1,2 \cdot 4 \\ &= \mathbf{14,93 \text{ m/s ili } 53,76 \text{ km/h}}\end{aligned}$$

Teretno vozilo se na početku tragova kočenja nalazilo u svojoj prometnoj traci, a nakon 7 m kočenja prešlo je u lijevu prometnu traku, odnosno nakon reagiranja vozača intenzivnim kočenjem na udaljenosti prije prelaska na prometnu traku za suprotan smjer vožnje:

$$\begin{aligned}S_2 &= t_s \cdot V_0 + 7 \\ &= 1,2 \cdot 23,55 + 7 \\ &= \mathbf{35,26 \text{ metara}}\end{aligned}$$

Pomoću jednadžbe (5.11) možemo izračunati brzinu do koje bi na putu dužine 35,26 m poduzimanjem radnje kočenja vozač zaustavio skup vozila prije prelaska u lijevu prometnu traku kada bi vozio manje od:

$$\begin{aligned}V_{izb} &= \sqrt{(t_s \cdot a)^2 + 2a \cdot S_2} - t_s \cdot a \\ &= \sqrt{(1,2 \cdot 4)^2 + 2 \cdot 4 \cdot 35,26} - 1,2 \cdot 4\end{aligned}$$

$$= 12,67 \text{ m/s ili } 45,60 \text{ km/h}$$

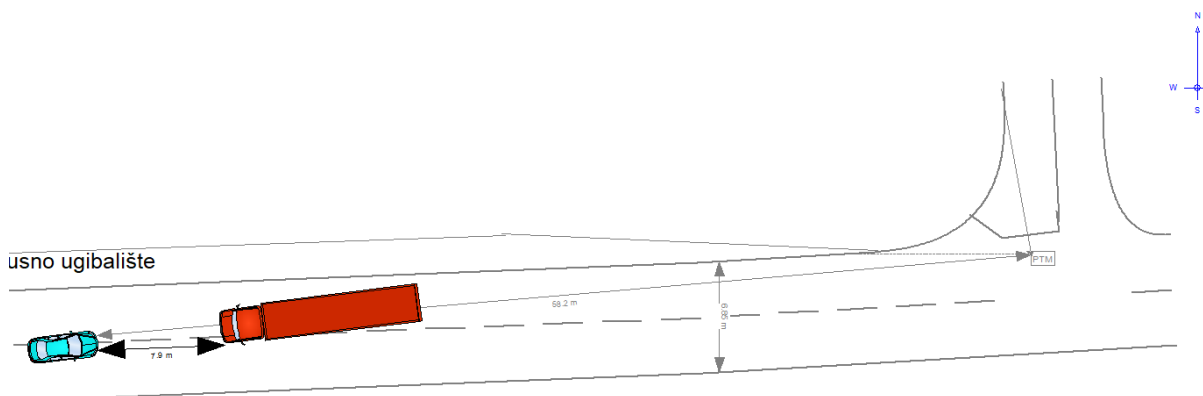
Jednadžbom (5.6) možemo izračunati zaustavni put za ograničenu brzinu kretanja u naselju od 50 km/h :

$$S_z^{50} = (t_1 + t_2 + 0,5t_3)V_0^{50} + \frac{(V_0^{50})^2}{2a}$$

$$= 1 \cdot 13,88 + \frac{(13,88)^2}{2 \cdot 4}$$

$$= 37,96 \text{ m}$$

Da se vozilo kretalo ograničenom brzinom od 50 km/h uz poduzeto intenzivno kočenje došlo bi do blagog prelaska na lijevu kolničku traku, ali bi do mjesta sudara vozilo bilo zaustavljeno i to na udaljenosti za 7,9 m od mjesta sudara. (45,8m-37,9m)



Slika 14. Mjesto na kojem bi se teretni skup vozila nalazio u trenutku sudara pri brzini od 50 km/h

6.5 Granična brzina kretanja kroz zavoj

Granična brzina kretanja kroz desni zavoj

Kako se sudar dogodio u zavoju potrebno je utvrditi graničnu brzinu za savladavanje zavoja. Polumjer zavoja je 138 m. U smjeru kretanja teretnog skupa vozila izveden je u padu od 3%. Pravilnog je poprečnog nagiba 2%. Pomoću jednadžbe (5.13) možemo izračunati brzinu za savladavanje navedenog zavoja :

$$\begin{aligned}
 V_{gr} &= \sqrt{r \cdot g \cdot (\mu - p_{up} + p_n)} \\
 &= \sqrt{138 \cdot 9,81(0,65 - 0,03 + 0,02)} \\
 &= \mathbf{29,43 \text{ m/s ili } 105,97 \text{ km/h}}
 \end{aligned}$$

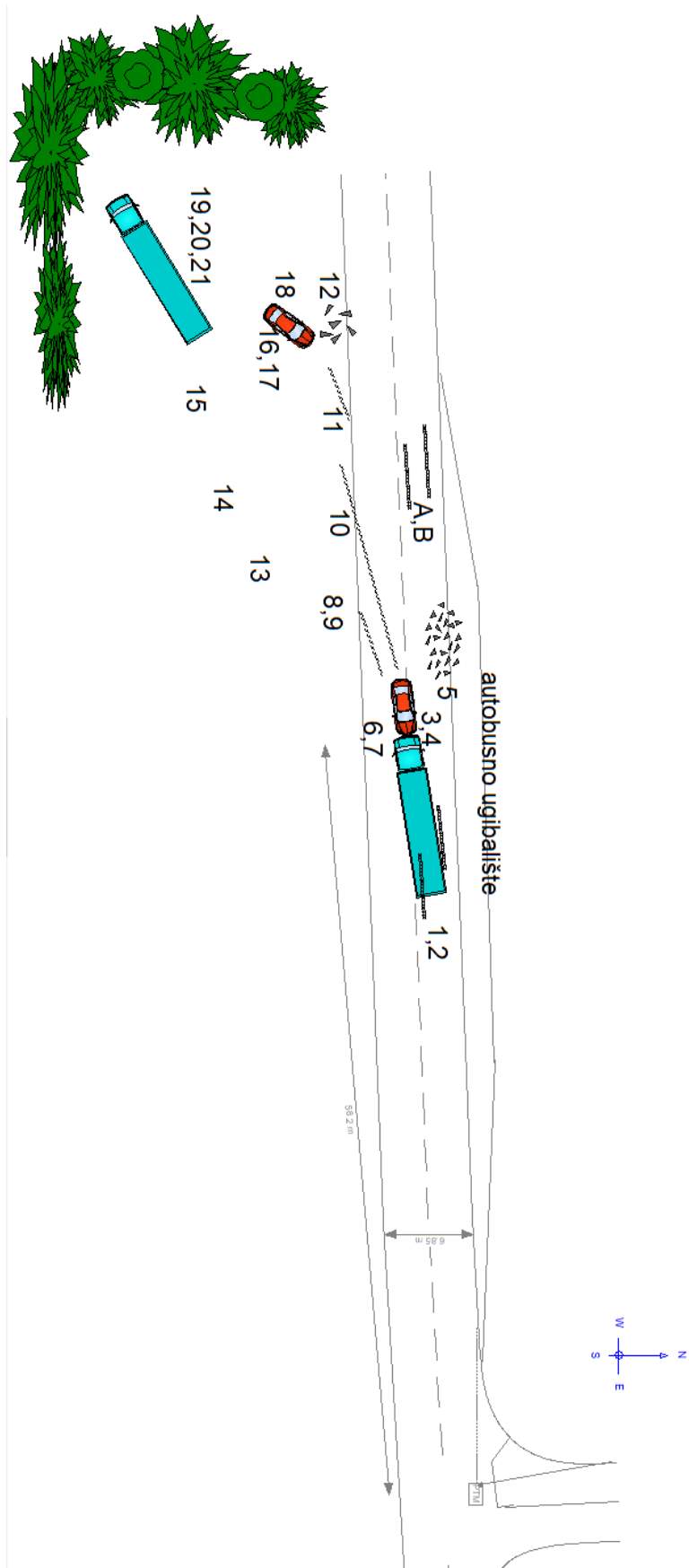
Granična brzina za savladavanje ovog zavoja iznosi 105,97 km/h. Kako se vozač prije poduzetog intenzivnog kočenja kretao brzinom od 84,78 km/h brzina nije utjecala na prelazak teretnog skupa vozila u lijevu kolničku traku.

Granična brzina kretanja kroz lijevi zavoj

U smjeru kretanja osobnog vozila ono se kretalo po usponu kroz lijevi zavoj polumjera 141 m. Granična brzina kretanja kroz ovaj zavoj iznosi:

$$\begin{aligned}
 V_{gr} &= \sqrt{r \cdot g \cdot (\mu + p_{up} + p_n)} \\
 &= \sqrt{141 \cdot 9,81(0,65 + 0,03 + 0,02)} \\
 &= \mathbf{31,11 \text{ m/s ili } 112 \text{ km/h}}
 \end{aligned}$$

Kako se osobno vozilo kroz ovaj zavoj kretalo brzinom od 60,6 km/h brzina nije uzrokovala prelazak na kolničku traku namijenjenu za suprotan smjer vožnje budući da je granična brzina prolaska kroz ovaj zavoj 112 km/h.



Slika 15. Situacijski plan mjesta sudara

Analizirati sudar vozila možemo samo ako poznamo osnovne fizikalne pojmove, veličine i zakone što vidimo i iz ove analize.

Policijskim očevidom utvrđena je brzina kretanja teretnog skupa vozila u trenutku sudara kao i mjesto sudara, te su točno izmjerene udaljenosti vozila od mjesta sudara do konačnog zaustavljanja kao i tragovi kretanja vozila koji nam omogućuju detaljnije razmatranje istoga.

Poznavajući osnovne zakonitosti gibanja i sile koje djeluju na vozilo, utvrdili smo sve potrebne podatke kako bismo mogli objasniti kako i zbog čega je došlo do sudara.

Iako brzinu kretanja osobnog automobila nismo znali, poznavajući ostale relevantne podatke jednostavno smo ju izračunali primjenjujući fizikalne zakone. Primjenom istih, također smo utvrdili mjesto na kojem se vozač teretnog skupa vozila nalazio u trenutku kada je uočio opasnu situaciju, te da bi on uspio zaustaviti teretni skup vozila prije mjesta sudara da je poštivao zakonom određenu brzinu kretanja.

Poznavanjem kružnog gibanja i sila koje pri njemu djeluju na vozila utvrdili smo da zavoj na cesti nije bio uzrok prelaska na kolničku traku namijenjenu za suprotan smjer vožnje.

Iz svega navedenog možemo zaključiti da je ovaj sudar posljedica ljudske pogreške.

7. ZAKLJUČAK

Sudarom u fizici smatramo kratku interakciju tijela ili čestica. Kada govorimo o sudaru dva vozila osnovni preduvjet je da se barem jedno od njih kretalo pri čemu su se dodirnula.

Analizirati sudar moguće je samo ako poznajemo temeljne zakonitosti gibanja vozila i naravno psihičke mogućnosti čovjeka da reagira na neočekivani događaj zbog čega ista ponekad može biti i veoma složen postupak koji zahtjeva i zajednički rad više osoba različitih struka.

Kako znamo da će se sudar između vozila dogoditi samo ako se gibaju određenom brzinom, put i vrijeme su nam pri opisu istoga veličine koje su međusobno neodvojive. Kako će sila djelovati na ta tijela, kako će se pod njenim utjecajem mijenjati to njihovo gibanje te kako će ona međusobno zbog gibanja djelovati jedno na drugo objasnio nam je Isaac Newton još 1687 g. definirajući ključne pojmove i aksiome koje i danas koristimo osobito pri razmatranju tijela u gibanju. Tako nam je količina gibanja svakako veličina bez koje sudare ne bismo mogli analizirati budući da je ona u svakom zatvorenom sustavu očuvana.

Za razliku od količine gibanja, energija će ostati očuvana samo pri elastičnim sudarima. Budući da su sudari automobila neelastični, kinetička energija koju tijelo ima zbog svoje brzine kod njih se troši, najvećim dijelom, na deformaciju vozila koja su sudjelovala u sudaru zbog čega on često ima i goleme posljedice. O njoj također direktno ovisi i put potreban za zaustavljanje vozila koji pri analizi sudara često ima veoma važnu ulogu.

Zbog svega navedenog, da bismo utvrdili okolnosti pod kojima je sudara došlo, svakako moramo dobro poznavati zakone fizike bez kojih uopće ne bi bilo moguće utvrditi proces odvijanja sudara vozila te fiziku svakako možemo smatrati temeljnom znanošću za mogućnost utvrđivanja detalja.

Primjenjujući znanja iz fizike, ne samo da možemo utvrditi kako je do sudara došlo, već možemo utvrditi i da li bi pri pridržavanju propisa čovjek bio u mogućnosti isti izbjeći, odnosno da li je čovjek uistinu odgovoran ili je sudar bio samo „splet nesretnih okolnosti“.

Pri izradi analize treba što jednostavnije odgovoriti isključivo na postavljena pitanja te računski prikazati svoje odgovore bez nagađanja ili pretpostavki za što je fizika savršen „alat“

budući da se ona temelji na dokazima i potvrdi dokaza. Njezini odgovori su jednostavni, precizni, jasni i nedvojbeni. Poznavajući ju znamo i točno kakve ishode možemo očekivati.

Za razliku od fizike, prometne situacije uvijek su drugačije i nepredvidive. Iako vozači dobro poznaju prometne propise i sigurnosna pravila često nisu svjesni posljedica koje npr. brzina, kao fizikalna veličina može na njih imati, a koja je ujedno i jedan od vodećih uzročnika prometnih nesreća. Često nisu svjesni da put koji moraju prijeći pri zaustavljanju vozila ovisi o fizikalnim zakonima koji bez obzira na suvremene uređaje na vozilima ne mogu „nestati“ niti „biti poništeni“. Upravo fizika i njene zakonitosti opisuju ta stanja i događaje u prirodi zbog kojih se i nameću stroga ograničenja brzine koje vozači često doživljavaju samo kao zakonsko ograničenje ne shvaćajući da ona na dijelovima ceste ne smije biti veća jer to zakoni fizike ne dozvoljavaju.

Iako znamo da je upravo brzina najveći problem i dalje ju većina vozača doživljava samo kao fizikalnu veličinu bez istinskog razumijevanja nje i njezinih posljedica. Stoga smatram da bi već od samih početaka učenja fizike u školama, trebalo veću pozornost obratiti na istinsko razumijevanje naučenog gradiva i njegovu primjenu u svakodnevnom životu, npr. u prometu gdje upravo to razumijevanje može povećati svijest i sutra sačuvati život.

8. LITERATURA

1. Čović, M. i grupa autora. Vještačenja u cestovnom prometu. Zagreb: Informator, 1987.
2. Dadić, Ž. Povijest ideja i metoda u matematici i fizici. Zagreb: Školska knjiga, 1992.
3. Dulčić, A. Mehanika. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno matematički fakultet, 2012.
4. Državni zavod za mjeriteljstvo http://www.dzm.hr/_download/repository/si-sazetak.pdf
5. Faj, Z. Pregled povijesti fizike. Osijek: Sveučilište J.J.Strossmayera u Osijeku, Pedagoški fakultet, 1999.
6. Fricke, L. Drag factor and coefficient of friction in traffic accident reconstruction <https://docplayer.net/11867157-Drag-factor-and-coefficient-of-friction-in-traffic-accident-reconstruction.html>
7. Glumac, Z. Klasična mehanika: Kratak uvod. <http://gama.fizika.unios.hr/~zglumac/utm.pdf>
8. Horvat, D. Hrupec, D. Fizika 1: Pojmovi i koncepti: udžbenik s multimedijским sadržajem za 1. razred gimnazija. Zagreb: Neodidacta, 2010
9. Hrupec, D. Povijest znanosti, 1. dio: Ideja znanosti . 2009. - 2010. URL: http://magic-zef.irb.hr/~dhrupec/writing/povijest_znanosti_1dio.pdf
10. Hrupec, D. Povijest znanosti 2. dio: Nastanak moderne znanosti. 2009. – 2010. URL: http://magic-zef.irb.hr/~dhrupec/writing/povijest_znanosti_2dio.pdf
11. Hrupec, D. Povijest znanosti 3. dio: Velike ideje u znanosti. 2009. – 2010. URL: http://magic-zef.irb.hr/~dhrupec/writing/povijest_znanosti_3dio.pdf
12. Ilijić, S. Mehanika – pojmovi, načela i odabrani primjeri. Zagreb, 2018. <http://sail.zpf.fer.hr/labs/mehanika.pdf>
13. Katedra didaktike fizike, Fakultet fizike i matematike, Prag <http://kdf.mff.cuni.cz/>
14. Kostić, S. Ekspertize saobraćajnih nezgoda. Novi Sad: FTN Izdavaštvo, 2016.
15. Mup Hr , Bilten o sigurnosti cestovnog prometa u 2017 g. <https://www.mup.hr/public/documents/Statistika/Bilten%20o%20sigurnosti%20cestovnog%20prometa%20za%202017.%20godinu.pdf>
16. Narodne novine, Zakon o sigurnosti prometa na cestama. https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2008_06_67_2224.html

17. Odabrana poglavlja iz fizike, autorizirana predavanja. Zagreb: Fakultet prometnih znanosti, 2005.
18. Planinić, J. Osnove fizike 1: Mehanika. Zagreb: Školska knjiga, 2005.
19. Pravilnik o znanstvenim i umjetničkim područjima, poljima i granama, NN 118/2009, 30.09,2009 https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2009_09_118_2929.html
20. Rotim, F. Elementi sigurnosti cestovnog prometa: Kinetika vozila. Zagreb: Znanstveni savjet za promet JAZU, 1990
21. Rotim, F. Elementi sigurnosti cestovnog prometa: Sudari vozila. Zagreb: Znanstveni savjet za promet HAZU, 1991
22. Rotim, F., Peran, Z. Forenzika prometnih nesreća. Zagreb: Hrvatsko znanstveno društvo za promet, 2011.
23. Supek, I. Povijest fizike. Zagreb: Školska knjiga, 2004.
24. Tojagić, M. Bezbednost drumskog saobraćaja. Brčko: Evropski univerzitet Brčko, 2015.
25. Vodinelić, V. i grupa autora. Saobraćajna kriminalistika: Metode obrade saobraćajnih nesreća na putevima, vodi i u vazduhu. Beograd: Savremena administracija, 1986.
26. Walker, J., Halliday, D., Resnick, R. Fundamentals of Physic, 10th edition, Cleveland State University, 2013.
27. Wikipedia https://hr.wikipedia.org/wiki/Sumerska_umjetnost
28. Wikipedia
https://en.wikipedia.org/wiki/Philosophi%C3%A6_Naturalis_Principia_Mathematica
29. <https://docplayer.net/11867157-Drag-factor-and-coefficient-of-friction-in-traffic-accident-reconstruction.html>

ŽIVOTOPIS

Anja Novaković rođena 20.12.1993 u Zvolenu (Republika Slovačka). Osnovnu školu „Centar“ završila u Puli. Po završetku osnovne škole upisala Tehničku školu također u Puli. 2012 godine upisala Preddiplomski sveučilišni studij fizike na Sveučilištu J.J.Strossmayera u Osijeku koji je završila 2015. godine i stekla titulu sveučilišne prvostupnice (baccalaurea) fizike. Iste godine upisala Diplomski sveučilišni studij fizike i informatike.