

# Izravna detekcija gravitacijskih valova

---

Ćoralić, Dragana

Undergraduate thesis / Završni rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Physics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za fiziku**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:160:022610>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-08-04**



Repository / Repozitorij:

[Repository of Department of Physics in Osijek](#)



SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

ODJEL ZA FIZIKU

**Dragana Ćoralić**

**IZRAVNA DETEKCIJA GRAVITACIJSKIH VALOVA**

**Završni rad**

Osijek, 2019.

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

ODJEL ZA FIZIKU

**Dragana Ćoralić**

**IZRAVNA DETEKCIJA GRAVITACIJSKIH VALOVA**

**Završni rad**

**doc. dr. sc. Dario Hrupec**

Osijek, 2019.

## Sadržaj

Sažetak .....	4
Uvod .....	5
Gravitacijski valovi .....	6
LIGO .....	7
Početak opažanja .....	8
Misija.....	9
Opservatoriji.....	9
Način rada .....	10
Opažanja.....	11
Usporedba elektromagnetskih i gravitacijskih valova.....	12
Maxwellove jednačbe.....	13
Egzaktno rješenje valne jednačbe .....	16
Zaključak.....	18
Literatura .....	19

## SAŽETAK

Gravitacijski valovi nabori su u prostorvremenu koji nastaju u procesima intenzivnog gibanja velikih masa (eksplozije supernova, obilaženje zvijezda u bliskom dvojnem sustavu) i šire se brzinom svjetlosti. Predviđeni su u Einsteinovoj općoj teoriji relativnosti još 1916. godine, no prvi su put detektirani 2015. godine. Trojica fizičara s projekta LIGO nagrađeni su Nobelovom nagradom iz fizike 2017. godine. LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) je veliki eksperiment i opservatorij kojemu je zadatak detekcija kozmičkih gravitacijskih valova i razvoj opažanja gravitacijskih valova kao astronomskog alata. U SAD-u su izgrađena dva velika opservatorija s ciljem detekcije gravitacijskih valova laserskom interferometrijom. Gravitacijski valovi do sada su opaženi šest puta. Usporedbom elektromagnetskih i gravitacijskih valova uviđamo njihove sličnosti te dolazimo do valne jednadžbe gravitacijskih valova.

## UVOD

Ljudi su oduvijek stremili znanju, pogotovo o svemiru i onome što se događa tamo negdje daleko od nas. Danas, u vremenu velikih otkrića može se reći da je napravljen veliki skok u novim saznanjima iz područja znanosti. Počevši od otkrića mikroskopa i stanice preko parnog stroja pa sve do današnjih vremena i nastanka opservatorija LIGO te otkrića gravitacijskih valova.

Gravitacijski valovi pričaju novu priču o svemiru i uče nas onome što do sada nismo znali. Otkriće gravitacijskih valova potvrđuje Einsteinovu teoriju opće relativnosti, a osim toga trojica su znanstvenika nagrađena Nobelovom nagradom za fiziku 2017. godine.

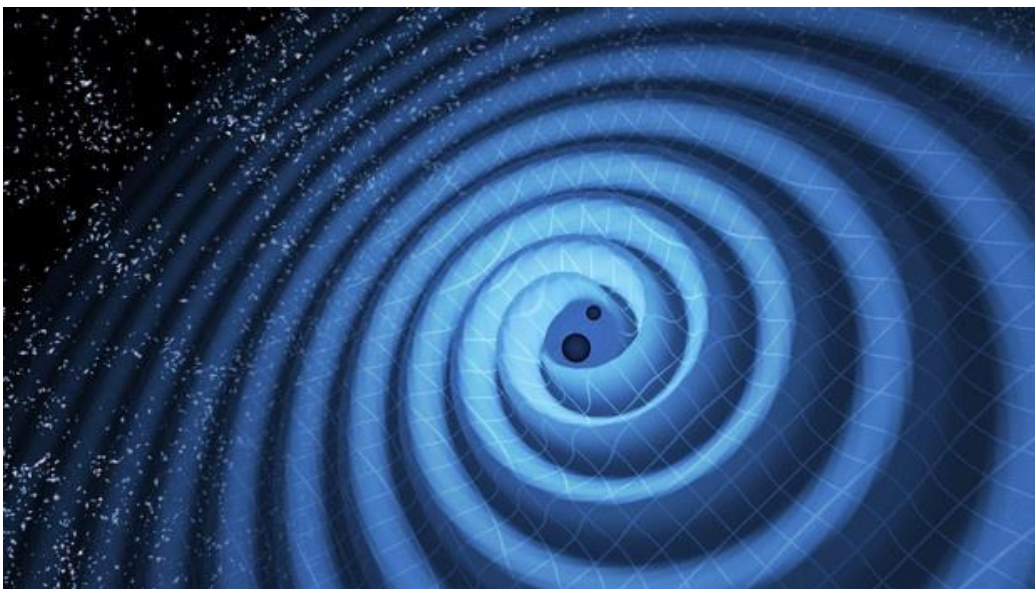
Gravitacijski valovi predviđeni su općom teorijom relativnosti još prije sto godina. Znanstvenici koji rade na projektu LIGO prvi su put potvrdili otkriće gravitacijskih valova u veljači 2016. godine. Druga izravna detekcija gravitacijskih valova dogodila se četiri mjeseca kasnije, 15. lipnja. Prvi detektirani valovi, uočeni 14. rujna 2015. bili su rezultat stapanja dviju crnih rupa, čije su mase 36 i 29 puta veće od mase Sunca. U drugom su se slučaju sudarile dvije crne rupe mase osam i 14 puta veće od mase Sunca. [5]

## GRAVITACIJSKI VALOVI

Gravitacijski valovi nabori su u prostorvremenu koji nastaju u procesima intenzivnog gibanja velikih masa (eksplozije supernova, obilaženje zvijezda u bliskom dvojnog sustavu) i šire se brzinom svjetlosti. U usporedbi s ostalim tipovima valova, utjecaj gravitacijskih valova u interakciji s okolinom minimalan je. Zbog toga je u njihovoj detekciji korištena posebna, vrlo osjetljiva aparatura. [4]

Albert Einstein predvidio je postojanje gravitacijskih valova 1916. godine u općoj teoriji relativnosti matematički pokazavši da masivni objekti, kao što su neutronske zvijezde ili crne rupe rotirajući jedne oko drugih uzrokuju poremećaje prostorvremena na takav način da se valovi „deformiranog“ prostora šire od izvora poput valova na jezeru kada bacimo kamen. Ti nabori, odnosno valovi putuju svemirom brzinom svjetlosti i nose informacije o izvoru događaja i o samoj prirodi gravitacije. [7]

Postoje četiri kategorije gravitacijskih valova, koje se temelje na uzroku nastajanja valova, a to su: kontinuirani gravitacijski valovi (Continuous Gravitational Waves), kompaktni binarni spiralni gravitacijski valovi (Compact Binary Inspirational Gravitational Waves), stohastički gravitacijski valovi (Stochastic Gravitational Waves) i eksplozivni gravitacijski valovi (Burst Gravitational Waves). Svaki od njih stvara jedinstveni „otisak“, odnosno karakteristični vibracijski potpis koji LIGO može detektirati. [6]



Slika 1 Gravitacijski valovi uzrokovani spiralnim kruženjem dviju crnih rupa [9]

## LIGO

LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) je veliki eksperiment i opservatorij kojemu je zadatak detekcija kozmičkih gravitacijskih valova i razvoj opažanja gravitacijskih valova kao astronomskog alata. U SAD-u su izgrađena dva velika opservatorija s ciljem detekcije gravitacijskih valova laserskom interferometrijom. Oni mogu detektirati promjenu od desetisućinke promjera protona između zrcala razmaknutih 4 km, što je ekvivalentno mjerenju udaljenosti od Zemlje do Proxime Centauri ( $4,0208 \times 10^{13}$  km) s točnošću manjom od širine ljudske vlasi. [4]

Prve LIGO opservatorije osmislili su i izgradili Caltech i MIT koji njima i upravljaju. Napredni LIGO projekt za poboljšanje izvornog LIGO detektora započeo je 2008. godine. Poboljšani detektori rad su započeli 2015. godine, a gravitacijske valove 2016. godine detektirale su kolaboracije LIGO i Virgo uz sudjelovanje međunarodnih znanstvenika sa raznih sveučilišta i istraživačkih institucija. [4]

Do ožujka 2018. LIGO je detektirao gravitacijske valove šest puta, od čega je prvih pet uzrokovano sudarom crnih rupa. Šesti detektirani događaj, 17. kolovoza 2017. bila je prva detekcija sudara dvaju neutronske zvijezde, što je istovremeno uzrokovalo signal u vidljivom području opaziv optičkim teleskopima. [4]

LIGO koncept izgrađen je na temelju rada mnogih znanstvenika kako bi demonstrirao metodu izravne detekcije gravitacijskih valova, koji su sastavni dio Einsteinove teorije relativnosti. Prototip interferometrijskih detektora gravitacijskih valova (interferometra) izgradili su u kasnim 60-ima Robert L. Forward i njegove kolege sa Hughes Research Laboratories (sa zrcalima pričvršćenim na vibracijski izoliranu ploču). Sedamdesetih godina prošlog stoljeća Weiss sa MIT-a konstruirao je interferometar sa zrcalima koja su slobodno visjela i između kojih se svjetlost puno puta odbijala. Mnogi drugi znanstvenici, kao što su Heinz Billing i njegovi kolege iz Garchinga (Njemačka), zatim Ronald Drever, James Hough i njegovi kolege iz Glasgova (Škotska) također su izrađivali prototip interferometra. [4]

Osamdesetih je NSF financirao istraživanje velikog interferometra koje je vodio MIT (Paul Linsay, Peter Saulson, Rainer Weiss), a iduće godine Caltech je konstruirao 40-metarski prototip (Ronald Drever i Stan Whitcomb). Istraživanjem je ustanovljena izvodljivost interferometara reda veličine jednog kilometra s dovoljnom osjetljivošću. [4]



MIT i Caltech udružili su se kako bi radili na LIGO projektu. U razdoblju od 1989. do 1994. LIGO nije uspijevaao ni tehnički ni organizacijski. Nisu im odobrena financijska sredstva za rad, no 1994. godine dolazi do promjene u vodstvu i Barry Barish (Caltech) postaje voditelj laboratorija i projekt dobiva zadnju priliku za financijsku podršku od NSF-a. Iste je godine sa proračunom od 395 milijuna američkih dolara LIGO bio najveći ikad financirani projekt NSF-a. Projekt je započeo u Hanfordu (Washington) kasne 1994. i u Livingstonu (Louisiana) 1995. godine. Kako se izgradnja bližila kraju 1997. godine pod Barishovim vodstvom formirane su dvije organizacijske ustanove, LIGO Laboratory i LIGO Scientific Collaboration (LSC). LSC organizira tehnička i znanstvena istraživanja u LIGO-u i ona je odvojena organizacija s vlastitim nadzorom. [4]

## **POČETAK OPAŽANJA**

Prvim opažanjima, između 2002. i 2010. LIGO nije detektirao gravitacijske valove. Iduća faza razvoja LIGO-a bila je 2004. godine nazvana „Enhanced LIGO“, odnosno „Poboljšani LIGO“. Zbog toga dolazi do višegodišnjeg gašenja kako bi se detektori zamjenili boljima. Do veljače 2015. detektori su iz Njemačke donešeni na obje lokacije i zamjenjeni. Do sredine rujna iste godine završen je popravak najvećeg svjetskog postrojenja za opažanje gravitacijskih valova vrijedan 200 milijuna dolara s ukupnim troškovima od 620 milijuna dolara. Napredni, odnosno „Advanced“ LIGO započeo je s radom 18. rujna 2015. godine s osjetljivošću četiri puta većom od prve verzije. Ona će biti još poboljšana dok ne dosegne ciljanu osjetljivost, što je u planu za 2021. godinu. [4]

LIGO Scientific Collaboration i Virgo Collaboration su 11. veljače 2016. objavili rad o detekciji gravitacijskih valova opaženih 14. rujna 2015. u 09:51 UTC nastalih spajanjem dvaju crnih rupa od otprilike 30 masa Sunca, udaljenih 1,3 milijardi svjetlosnih godina od Zemlje. Nakon toga događaja, 2. svibnja 2016. članovi LIGO Scientific Collaboration i ostali koji su sudjelovali primili su nagradu „Special Breakthrough Prize in Fundamental Physics“ za doprinos direktnoj detekciji gravitacijskih valova. [4]

Nedugo zatim LIGO objavljuje detekciju drugog signala ponovno uzrokovanog spajanjem dvaju crnih rupa, ovoga puta 14,2 i 7,5 masa Sunca koji je zabilježen 26. prosinca 2016. u 03:38 UTC. Treća detekcija spajanja crnih rupa masa 31,2 i 19,4 masa Sunca dogodila se 4. siječnja 2017., a objavljena je 1. lipnja 2017. Četvrta detekcija zbila se 14. kolovoza 2017. i u pitanju su ponovno bile crne rupe, čije su mase iznosile 30,5 i 25,3 masa Sunca. Ova detekcija objavljena je 27. rujna 2017. godine.

Iste godine Weissu, Barishu i Thorneu dodijeljena je Nobelova nagrada iz fizike za ključni doprinos detektoru LIGO i opažanje gravitacijskih valova. [4]

## **MISIJA**

Misija LIGO-a direktno je opažanje gravitacijskih valova kozmičkog porijekla, koji su predviđeni Einsteinovom općom teorijom relativnosti 1916. godine. Njihovo postojanje indirektno je potvrđeno kada je 1974. promatranje binarnog pulsara PSR 1913+16 pokazalo orbitalni raspad što je odgovaralo Einsteinovim predviđanjima gubitka energije gravitacijskim zračenjem. Nobelovu nagradu za to otkriće dobili su 1993. godine Hulse i Taylor. [4]

Iako je misija LIGO-a detekcija gravitacijskih valova uzrokovanih jednim od najjačih i najenergičnijih procesa u svemiru, podaci koje sustav skuplja mogu imati dalekosežan utjecaj na mnoga područja fizike uključujući astrofiziku, kozmologiju, fiziku elementarnih čestica i nuklearnu fiziku. [7]

M. E. Gertsenshtein i V. I. Pustovoit objavili su 1962. prvi rad koji je opisivao načela korištenja interferometara za detekciju gravitacijskih valova jako velikih valnih duljina. Autori su tvrdili da korištenjem interferometara osjetljivost može biti od  $10^7$  do  $10^{10}$  puta bolja nego korištenjem elektromehaničkih eksperimenata. Kasnije, 1965. Braginsky je opsežno razmatrao izvore gravitacijskih valova i njihovu detekciju. Istaknuo je rad iz 1962. godine i spomenuo mogućnost detekcije gravitacijskih valova, ako bi se poboljšala interferometarska tehnologija kao i tehnike mjerenja. [4]

U kolovozu 2002. LIGO je započeo potragu za kozmičkim gravitacijskim valovima. Mjerljive emisije gravitacijskih valova očekivane su iz binarnih sustava (sudar i sjedinjenje neutronske zvijezde ili crnih rupa), eksplozija supernovih masivnih zvijezda (iz kojih nastaju neutronske zvijezde ili crne rupe), nakupina neutronske zvijezde, rotacije neutronske zvijezde s deformiranom korom i ostataka gravitacijskog zračenja iz doba nastanka svemira. [4]

## **OPSERVATORIJI**

LIGO upravlja dvama opservatorijima gravitacijskih valova LIGO Livingston Observatory u Livingstonu (Louisiana) i LIGO Hanford Observatory u DOE Hanford Siteu smještenom u blizini Richlanda (Washington). Ova mjesta udaljena su 3 002 km, a budući da gravitacijski valovi putuju brzinom svjetlosti, ova udaljenost odgovara razlici vremena dolaska gravitacijskih valova do deset milisekundi. Korištenjem trilateracije, razlika u vremenu

dolaska valova pomaže odrediti izvor vala, posebno onda kada se doda slična aparatura što je Virgo, smješten na još većoj udaljenosti u Europi. [4]

Svaki opservatorij drži „ultra high vacuum system“, odnosno sustav vrlo visokog vakuuma u obliku slova L koji mjeri 4 km sa svake strane. U svaki vakuum sustav može biti dodano do pet interferometara. LIGO Livingston Observatory u primarnoj konfiguraciji sadrži jedan laserski interferometar. Ovaj interfeormetar uspješno je nadograđen 2004. godine sa aktivnim sustavom za izolaciju od vibracija temeljenim na hidrauličkom pokretanju i osigurava faktor 10 izolacija u rasponu od 0,1 do 5 Hz. Seizmičke vibracije u ovom su rasponu zbog mikroseizmičkih valova i antropogenih izvora, kao što su promet, sječa drveća i slično. LIGO Hanford Observatory sadrži jedan interferometar, skoro identičan onome u Livingstonu. Tijekom početne i napredne faze rada LIGO detektora, interferometar sa polovicom duljine radio je paralelno s glavnim interferometrom. U ovom dva km dugom interferometru Fabry-Perot šupljine imale su iste optičke performance i vrijeme pohrane kao i četiri km dugi interferometri. S polovicom vremena pohrane teorijska osjetljivost naprezanja bila je dobra kao i ona interferometara pune duljine, ali samo iznad 200 Hz, u području niskih frekvencija imala je dvostruko manju točnost. [4]

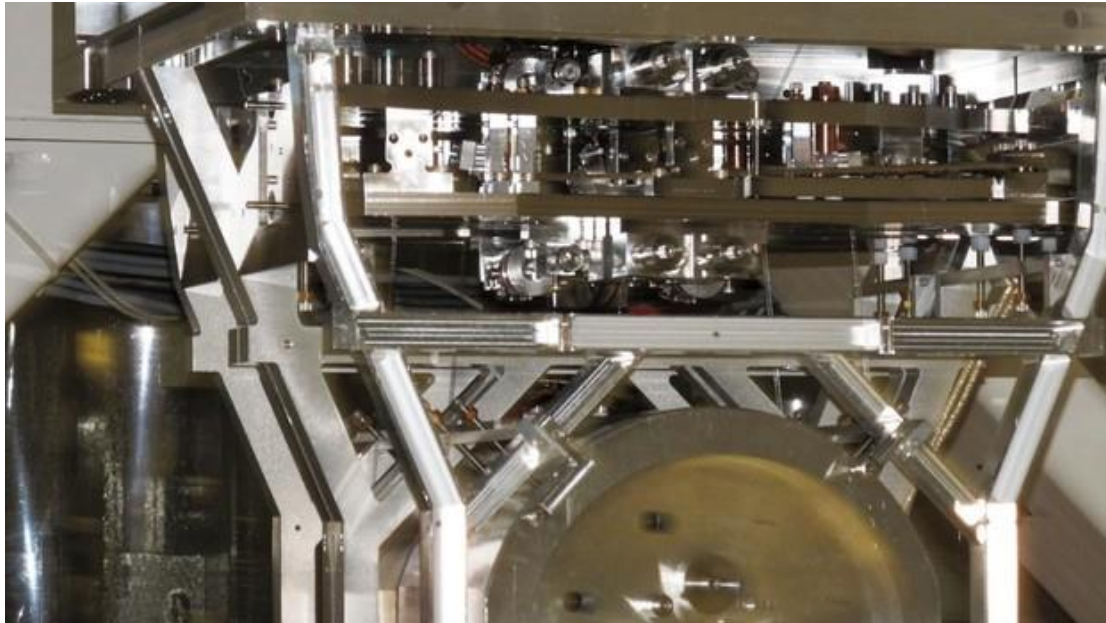
## **NAČIN RADA**

Svaki LIGO detektor sastoji se od dviju 4 km dugih i 1.2 m širokih čeličnih vakuumskih cijevi postavljenih u obliku slova L. Cijevi su izolirane betonom, kako bi se zaštitile od vanjskih utjecaja. [4]

Kada gravitacijski val prođe kroz interferometar, tada prostorvrijeme u tom području biva promijenjeno. Ovisno o izvoru gravitacijskog vala i njegovoj polarizaciji rezultat je efektivna promjena u duljini jedne ili obaju šupljina. Promjena efektivne duljine između svjetlosnih zraka uzrokovat će trenutani, ali maleni pomak u fazi u odnosu na upadnu svjetlost. Šupljina će periodično, ali malo biti nekoherentna, a zrake koje su prilagođene za destruktivnu interferenciju imat će maleni periodični varirajući nesklad. Ovo rezultira mjerljivim signalom. [4]

Nakon oko 280 prolazaka između četiri km udaljenih zrcala, dvije odvojene zrake napuštaju krakove i rekombiniraju se na razdjeljivaču snopa. Zrake koje se vraćaju iz dva kraka nisu u fazi kako bi, kada su ruke koherentne i interferiraju (ne prolazi gravitacijski val), njihova

svjetlost bila poništena, pri čemu svjetlost ne dolazi na fotodiodu. Kada gravitacijski val prođe kroz interferometar, udaljenosti između ruku interferometra smanjuju se i produžuju, uzrokujući stanje u kojem su zrake izvan faze. Ovo rezultira dolaskom zraka u fazu, stvaranjem rezonancije i dolaskom svjetlosti na fotodiodu, nakon čega se uočava signal. Svjetlost koja ne sadrži signal vraća se u interferometar korištenjem power recycling zrcala čime se povećava snaga svjetlosti u krakovima. [4]

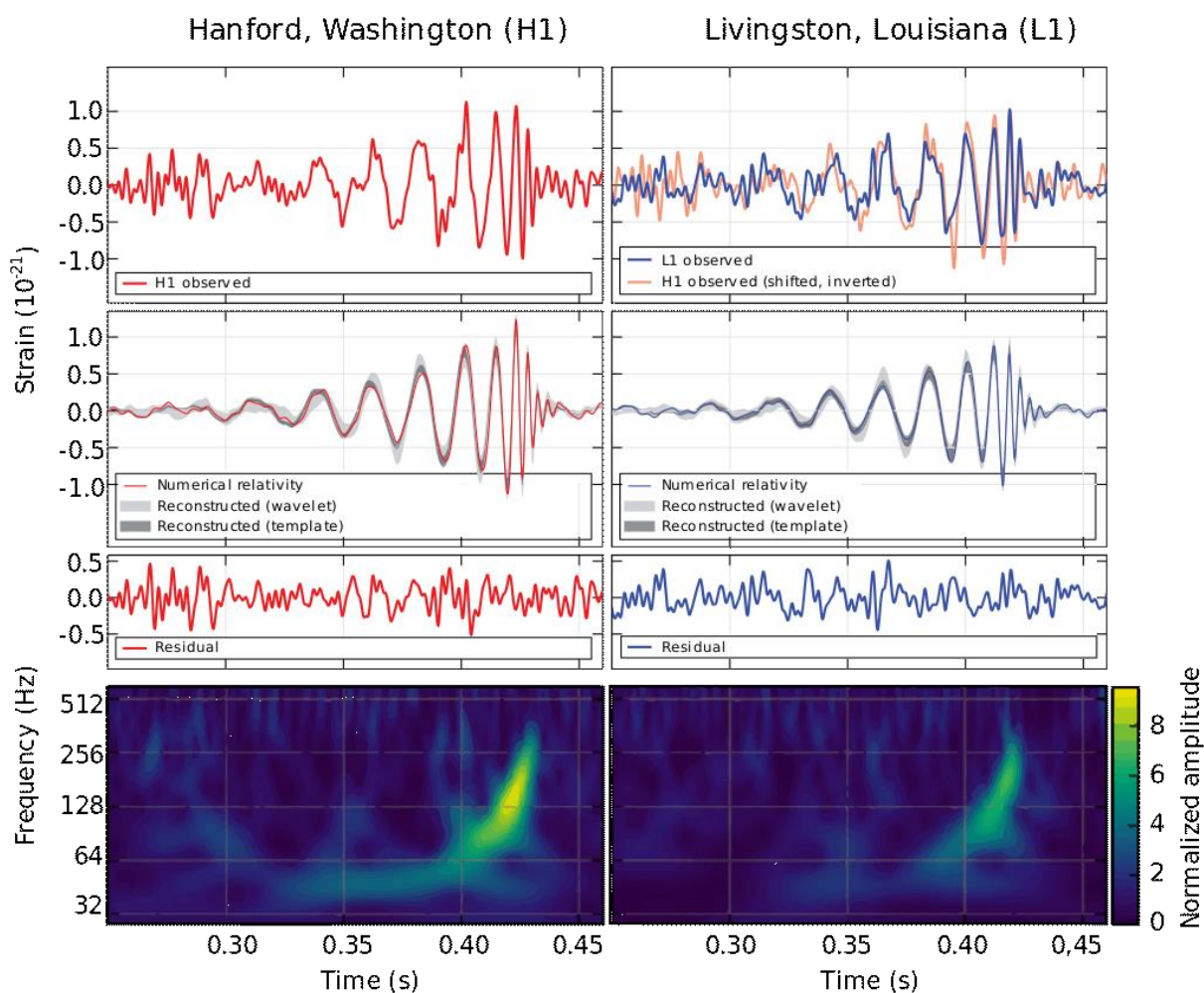


Slika 2 Dio složenog LIGO sustava [8]

Izvori buke mogu uzrokovati kretanje u optici što uzrokuje slične efekte kao i pravi signali gravitacijskih valova zbog čega se puno truda ulaže u pronalazak načina za smanjenje lažnih kretnji zrcala. Uspoređuju se signali obaju strana kako bi se smanjili učinci buke. [4]

## **OPAŽANJA**

Događaj gravitacijskog vala GW150914 koji su opazili detektori LIGO Hanford (H1, lijeva strana slike) i Livingston (L1, desna strana slike). Sve vremenske serije filtrirane su sa 35 – 350 Hz pojasnim filtrom kako bi se smanjile velike fluktuacije izvan najosjetljivije frekvencijske vrpce detektora, kao što je prikazano na slici 3. [1]



Slika 3 LIGO mjerenje gravitacijskih valova [1,2]

## USPOREDBA ELEKTROMAGNETSKIH I GRAVITACIJSKIH VALOVA

Definicija mehaničkog vala već nam je dobro poznata – to je poremećaj kontinuiranog medija koji se širi stalnom brzinom i uz nepromjenjivi oblik.

Klasična valna jednadžba glasi:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

gdje je  $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

Opće rješenje vala:  $f(x, t) = g(x - vt) + h(x + vt)$

Od svih valnih oblika, najpoznatiji je sinusni val

$$f(x, t) = A \cos [k(x - vt) + \delta]$$

gdje je

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ valni broj}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \text{ brzina vala}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ kutna frekvencija}$$

### MAXWELLOVE JEDNADŽBE

$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \text{ Gaussov zakon}$$

$$\nabla \vec{B} = 0 \text{ Gaussov zakon za magnetizam}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B} \text{ Faradayev zakon}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 J + \mu_0 \varepsilon_0 \partial_t \vec{E} \text{ Amperov zakon s Maxwellovim članom}$$

Jednadžba gibanja u općoj relativnosti glasi:

$$G_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} \quad (*)$$

Gdje je  $T_{\mu\nu}$  tenzor gutoće energije-količine gibanja, a  $\kappa = 8\pi G_N$

$$R = -8\pi G_N T \quad (**)$$

Gdje je  $T = T_{\mu}^{\mu}$

Uvrštavanjem izraza (\*\*) u (\*) dolazimo do sljedeće jednadžbe

$$R_{\mu\nu} = 8\pi G_N [T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}(g_{\mu\nu}T)]$$

Za slaba polja u kvazi-Minkowski koordinatama izražavamo metrički tenzor  $g_{\mu\nu}$  kao

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}, \quad h_{\alpha\beta} \ll 1$$

Budući da je vrijednost  $h_{\alpha\beta}$  mala, proširujemo sve u  $h_{\alpha\beta}$  i lineariziramo rezultat kako bismo zadržali linearnu aproksimaciju. Koristimo metrički tenzor Minkowskog  $\eta_{\alpha\beta}$  kako bismo

podigli ili spustili indekse bez da utječemo na linearizaciju rezultata. Riemannov tenzor zakrivljenosti pišemo kao:

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{1}{2} (g_{\alpha\delta,\beta\gamma} + g_{\beta\gamma,\alpha\delta} - g_{\alpha\gamma,\beta\delta} - g_{\beta\delta,\alpha\gamma}) + g_{\mu\nu} (\Gamma^{\mu}_{\beta\gamma}\Gamma^{\nu}_{\alpha\delta} - \Gamma^{\mu}_{\beta\delta}\Gamma^{\nu}_{\alpha\gamma})$$

Linearizacijom dobivamo

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{1}{2} (h_{\alpha\delta,\beta\gamma} + h_{\beta\gamma,\alpha\delta} - h_{\alpha\gamma,\beta\delta} - h_{\beta\delta,\alpha\gamma}) + O(h^2)$$

$$R_{\alpha\gamma} = \frac{1}{2} h_{\alpha\beta,\gamma}{}^{\beta} + h_{\beta\gamma,\alpha}{}^{\beta} - h_{\alpha\gamma,\beta}{}^{\beta} - h_{\beta}{}^{\beta},_{\alpha\gamma} + O(h^2)$$

$$R = h_{\alpha\beta,}{}^{\alpha\beta} - h_{\beta}{}^{\beta},_{\alpha}{}^{\alpha} + O(h^2)$$

Gdje  $O(h^2)$  označava izraze reda  $h_{\alpha\beta}h_{\mu\nu}$  ili manje.

Einsteinova jednadžba u vakuumu ( $T^{\mu\nu} = 0$ ) daleko od izvora polja glasi:

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2\right)\overline{h^{\alpha\beta}} = 0 \quad (1)$$

Ovo je valna jednadžba u tri dimenzije. Pokazat ćemo da ima kompleksno rješenje oblika

$$\overline{h^{\alpha\beta}} = A^{\alpha\beta} e^{ik_{\alpha}x^{\alpha}} \quad (2)$$

Gdje su  $k_{\alpha}$  realne komponente jednoforme, a  $A^{\alpha\beta}$  kompleksne konstantne komponente tenzora.

Jednadžbu (1) može se napisati kao

$$\eta^{\mu\nu}\overline{h^{\alpha\beta}}_{,\mu\nu} = 0 \quad (3)$$

Iz jednadžbe (2) slijedi

$$\overline{h^{\alpha\beta}}_{,\mu} = ik_{\mu}\overline{h^{\alpha\beta}} \quad (4)$$

Time jednadžba (3) postaje

$$\eta^{\mu\nu}\overline{h^{\alpha\beta}}_{,\mu\nu} = -\eta^{\mu\nu}k_{\mu}k_{\nu}\overline{h^{\alpha\beta}} = 0$$

Ovo iščezava samo ako

$$\eta^{\mu\nu} k_\mu k_\nu = k^\nu k_\nu = 0 \quad (5)$$

Jednadžba (2) rješenje je za jednadžbu (1) ako je  $k_\alpha$  nulta jednoforma ili ekvivalentno, ako je povezani četverovektor  $k^\alpha$  nula, odnosno tangenta svjetskoj liniji fotona.

Jednadžba (2) opisuje valno rješenje. Vrijednost  $\overline{h^{\alpha\beta}}$  konstantna je na hiperpovršini na kojoj je  $k_\alpha x^\alpha$  konstantna:

$$k_\alpha x^\alpha = k_0 t + kx = \text{const.} \quad (6)$$

Gdje se  $k$  odnosi na  $\{k^i\}$ . Uvriježeno je  $k^0$  označavati sa  $\omega$ , što nazivamo frekvencija vala.

$$\vec{k} \rightarrow (\omega, k) \quad (7)$$

To je prostorvremenski rastav  $\vec{k}$ .

Zamislimo da se foton kreće u smjeru nul-vektora  $\vec{k}$ . On putuje krivuljom

$$x^\mu(\lambda) = k^\mu \lambda + l^\mu \quad (8)$$

Gdje je  $\lambda$  parametar, a  $l^\mu$  konstantan vektor (položaj fotona u  $\lambda = 0$ ). Iz jednadžbi (8) i (5) slijedi:

$$k_\mu x^\mu(\lambda) = k_\mu l^\mu = \text{const.} \quad (9)$$

Usporedbom jednadžbi (6) i (9) uviđamo da foton putuje zajedno s gravitacijskim valom, ostajući zauvijek u istoj fazi. Val putuje brzinom svjetlosti, a  $\vec{k}$  je smjer gibanja vala.

Četverovektor  $k^\mu$  je nul-vektor. Raspisivanjem slijedi:

$$k^\mu \rightarrow (k^0, k^1, k^2, k^3)$$

Prva komponenta je vremenska, dok su ostale prostorne.

$$k^0 = \omega$$

$$k^1 = k_x, k^2 = k_y, k^3 = k_z$$

$$k_\mu k^\mu = 0$$

$$(k^0)^2 - (k^1)^2 - (k^2)^2 - (k^3)^2 = 0$$



$$\omega^2 = |k|^2 \quad (10)$$

Što tumačimo kao disperzijsku relaciju vala. Iz jednadžbe (10) uviđamo da fazna brzina vala iznosi jedan i da je to njegova grupna brzina te da nema raspršenja.

Einsteinove jednadžbe prikazuju samo jednostavni oblik jednadžbe (1). Ako nametnemo uvjet

$$\overline{h^{\alpha\beta}}_{,\beta} = 0 \quad (11)$$

Čije posljedice moramo razmotriti. Iz jednadžbe (4) slijedi

$$A^{\alpha\beta} k_\beta = 0 \quad (12)$$

Što je restrikcija na  $A^{\alpha\beta}$  – mora biti ortogonalno na  $\vec{k}$ .

Rješenje  $A^{\alpha\beta} e^{ik_\mu x^\mu}$  zove se ravni val. Naravno, u fizičkim primjenama koristimo samo realni dio ovog izraza, dozvoljavajući da  $A^{\alpha\beta}$  bude kompleksan. Prema teorema Fourierove analize bilo koje rješenje jednadžbi (1) i (11) superpozicija je rješenja ravnih valova. [10]

### EGZAKTNO RJEŠENJE VALNE JEDNADŽBE

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2\right)\overline{h_{\mu\nu}} = -16\pi T_{\mu\nu} \quad (13)$$

Rješenje jednadžbe (13) za proizvoljan  $T_{\mu\nu}$  dano je retardiranim integralom:

$$\overline{h_{\mu\nu}}(t, x^i) = 4 \int \frac{T_{\mu\nu}(t-R, y^i)}{R} d^3y \quad (14)$$

Gdje je

$$R = |x^i - y^i|$$

Integrira se područje svjetlosnog stošca prošlosti događaja  $(t, x^i)$ , gdje je  $\overline{h_{\mu\nu}}$  procijenjen.

Dopuštamo da podrijetlo bude unutar izvora i pretpostavljamo da je točka  $x^i$  daleko:

$$|x^i| := r \gg |y^i| := y$$

I da su vremenske derivacije  $T_{\mu\nu}$  male. Tada pod integralom u jednadžbi (13) vodeći doprinos dolazi zamjenjivanjem  $R^{-1}$  sa  $r^{-1}$ :

$$\overline{h_{\mu\nu}}(t, x^i) \approx \frac{4}{r} \int T_{\mu\nu}(t-R, y^i) d^3y \quad (15)$$

Prema zakonima očuvanja  $T^{\mu\nu}_{,\mu} = 0$

Slijedi :

$$\int T_{0\mu} d^3y = \text{const.}$$

Odnosno, ukupna energija i moment su očuvani. [10]

## ZAKLJUČAK

Tehnologija svakodnevno napreduje i omogućava nam sve bolji pogled ne samo u svijet znanosti, već i u neke druge, daleke svjetove. U današnje vrijeme, kada tehnologiju često koristimo kako bismo bježali od stvarnosti, trebali bismo se zapitati što možemo učiniti i pritom koristiti pozitivne strane tehnologije kako bismo ovaj svijet i naš planet učinili ljepšim i boljim za život.

LIGO projekt otvorio je nova, dosad skrivena vrata znanosti i omogućio odgovore na mnoga pitanja o stvaranju svemira, kao i učestalim događajima u njegovim dalekim dijelovima. Iako možda „običnim“ ljudima neshvatljivi, pentabajti podataka koje LIGO skuplja i obrađuje govore o životu u svemiru: eksplozije supernovih, spajanje crnih rupa ili orbitalno gibanje objekata s velikom masom uzrokuju i odašilju gravitacijske valove, koje znanstvenici interpretiraju. Osim razumijevanja nekih od temeljnih zakona fizike, razvoj tehnologije omogućit će važne spoznaje o dramatičnim događajima u svemiru: smrti zvijezda i rađanju crnih rupa.

„Svemirski detektori gravitacijskih valova donijet će nove informacije o prirodi prostorvremena te o razvoju svemira neposredno nakon velikog praska. Tako ćemo bolje razumjeti sam postanak svemira, njegov razvoj i budućnost.“ [3]

## LITERATURA

- [1] Abbott, B. P. (12. 2. 2016.). Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Physical Review Letters* 116 061102 , str. 16.
- [2] Abbott, B. P. (11. 2. 2016.). *Wikipedia*. Preuzeto 2. 9. 2019. iz LIGO measurement of gravitational waves:  
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:LIGO\\_measurement\\_of\\_gravitational\\_waves.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:LIGO_measurement_of_gravitational_waves.svg)
- [3] Hrupec, d. D. (n.d.). Preuzeto 3. 9. 2019. iz Kako opažamo gravitacijske valove:  
<http://lapp.irb.hr/~dhrupc/writing/Kako%20opazamo%20gravitacijske%20valove.pdf>
- [4] *LIGO*. (22. 9 2019.). Preuzeto 22. 9. 2019. iz Wikipedia:  
<https://en.wikipedia.org/wiki/LIGO#Observations>
- [5] *LIGO Caltech*. (n.d.). Preuzeto 2. 9. 2019. iz What are gravitational waves?:  
<https://www.ligo.caltech.edu/page/what-are-gw>
- [6] *LIGO Caltech*. (n.d.). Preuzeto 2. 9. 2019. iz What is LIGO:  
<https://www.ligo.caltech.edu/page/what-is-ligo>
- [7] *LIGO Caltech*. (n.d.). Preuzeto 2. 9. 2019. iz Sources and Types of Gravitational Waves:  
<https://www.ligo.caltech.edu/page/gw-sources>
- [8] *LIGO Caltech*. (n.d.). Preuzeto 22. 9. 2019. iz LIGO Technology:  
<https://www.ligo.caltech.edu/page/ligo-technology>
- [9] Pyle, T. (n.d.). *Spiral Dance of Black Holes*. Preuzeto 25. 9. 2019. iz  
<https://www.ligo.caltech.edu/image/ligo20160615f>
- [10] Schutz, B. (2016). *A First Course in General Relativity (Second Edition)*. Cambridge University Press.