

# EKSPERIMENTALNA PROVJERA NEWTONOVOG ZAKONA HLAĐENJA

---

Namestnik, Josipa

Undergraduate thesis / Završni rad

2020

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Physics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za fiziku**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:160:272555>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-02**

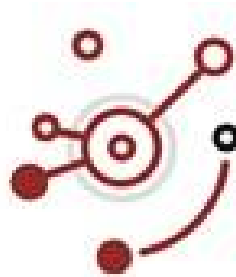


*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Department of Physics in Osijek](#)



**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU**  
**ODJEL ZA FIZIKU**



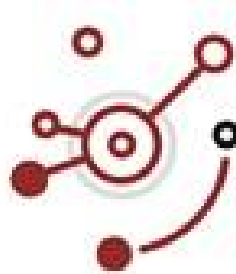
**JOSIPA NAMESTNIK**

**EKSPERIMENTALNA PROVJERA NEWTONOVOG**  
**ZAKONA HLAĐENJA**

**Završni rad**

**Osijek, 2020.**

**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU**  
**ODJEL ZA FIZIKU**



**JOSIPA NAMESTNIK**

**EKSPERIMENTALNA PROVJERA NEWTONOVOG**  
**ZAKONA HLADENJA**

**Završni rad**

Predložen Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku radi stjecanja  
zvanja prvostupnika fizike

**Osijek, 2020.**

**„Ovaj završni rad je izrađen u Osijeku pod vodstvom mentorice doc.dr.sc. Marine Poje Sovilj u sklopu Sveučilišnog preddiplomskog studija fizike na Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku.“**

## SADRŽAJ

<b>UVOD</b> .....	<b>1</b>
<b>1. TEORIJSKI DIO</b> .....	<b>2</b>
1.1 NEWTONOV ZAKON HLAĐENJA-OPĆENITO .....	2
1.2. TEMPERATURA I PRIJENOS TOPLINE .....	5
1.3. PROMJENA TEMPERATURE U VREMENU .....	7
1.4. DIFERENCIJALNA JEDNADŽBA NEWTONOVOG ZAKONA HLAĐENJA .....	8
<b>2. EKPERIMENTALNI DIO</b> .....	<b>10</b>
2.1. METODOLOGIJA MJERENJA .....	10
2.2. POSTUPAK OREĐIVANJA TEORIJSKE VRIJEDNOSTI TEMPERATURE I REZULTATI MJERENJA .....	12
<b>3. ZAKLJUČAK</b> .....	<b>22</b>
<b>4. LITERATURA</b> .....	<b>23</b>
<b>5. ŽIVOTOPIS</b> .....	<b>24</b>

# **EKSPERIMENTALNA PROVJERA NEWTONOVOG ZAKONA HLAĐENJA**

**JOSIPA NAMESTNIK**

## **SAŽETAK**

Mjerenja su izvršena u praktikumu na Odjelu za fiziku u Osijeku. Za vrijeme mjerenja uvjeti u prostoriji su stalno bili kontrolirani. Jednim termometrom CATT2 uređaja je praćena temperatura tvari tijekom njezinog hlađenja, a drugim je praćena temperatura okoline. Pomoću teorijskog izraza za Newtonov zakon hlađenja dobivena je temperatura na koju bi se tijelo trebalo ohladiti u određenom vremenu te je grafički prikazana njezina usporedba s temperaturom dobivenom eksperimentom.

**Rad je pohranjen u knjižnici Odjela za fiziku**

**Ključne riječi:** Newtonov zakon hlađenja, toplina, temperatura, termometar, prijenos topline

**Mentor:** doc.dr.sc. Marina Poje Sovilj

**Ocjenjivači:**

**Rad prihvaćen:**

# **EXPERIMENTAL VERIFICATION OF NEWTON'S LAW OF COOLING**

**JOSIPA NAMESTNIK**

## **SUMMARY**

Measurements were performed in a practicum at the Department of Physics in Osijek. During the measurement, the conditions in the room were constantly controlled. One thermometer of CATT 2 device measured the temperature of the substance during its cooling and the other one measured the ambient temperature. Theoretical expression for Newton's law of cooling was used to obtain the temperature at which the body should cool down in a certain time and its comparison with the temperature to which the body actually cooled down at that time is shown graphically.

**Thesis deposited in Department of Physics library**

**Keywords:** Newton's law of cooling, heat, temperature, thermometer, heat transfer

**Supervisor:** Assistant professor Marina Poje Sovilj, PhD

**Reviewers:**

**Thesis accepted:**

## UVOD

Prema definiciji hlađenje bi bilo odvođenje topline iz sustava kako bi mu se snizila temperatura. Stoga nije teško zaključiti o čemu govori Newtonov zakon hlađenja. Govori nam o izmjeni topline sustava s njegovom okolinom u nekom određenom vremenu.

Na samom početku mogu se razmatrati dva pitanja. Može li naš eksperimentalni sustav dovoljno dobro potkrijepiti poznati Newtonov zakon hlađenja, a drugo je što sve utječe na proces hlađenja. Osim toga, zanima nas što se događa s temperaturnom krivuljom tijekom hlađenja.

Kako bismo provjerali točnost zakona, zagrijavali smo različite tvari i zatim ih hladili. Tijekom hlađenja vršili smo mjerenja pomoću dva termometra od kojega je jedan mjerio temperaturu okoline, a drugi temperaturu tvari (pri izvođenju formule korišten je općenitiji naziv-temperatura objekta).

Mjerenja smo pratili i grafički pomoću programa na računalu. Za kontrolu vjerodostojnosti dobivenih podataka koristili smo digitalni termometar.

Rezultati su slijedili Newtonov zakon hlađenja čime smo potvrdili prvotnu hipotezu. Osim toga, dokazali smo da proces hlađenja ovisi i različitim svojstvima tvari.



## 1. TEORIJSKI DIO

### 1.1 NEWTONOV ZAKON HLAĐENJA-OPĆENITO

Zakon hlađenja tijela je bio tema mnogih istraživanja početkom 18.st. Istraživanje tog zakona je bilo komplicirano zato što hlađenje obuhvaća dva fenomena, toplinsko zračenje i prijenos topline dodirrom (konvekcija i kondukcija), a oni imaju različita svojstva. Razlika je u tome što za zračenje nije potreban kontakt, dok je za konvekciju i kondukciju potreban. Štoviše, jedan od problema je tada bio i pronalazak zadovoljavajuće skale temperatura.

Iako je najpoznatiji po svojim postulatima gibanja i zakonu gravitacije, Sir Isaac Newton je pridonio znanosti još brojim drugim otkrićima. Jedan od njih je Newtonov zakon hlađenja kojeg je prvi puta objavio (na latinskom i anonimno) 1701. godine u *Philosophical Transactions of the Royal Society*<sup>1</sup> u kojemu je govorio o vezi između temperature i vremena u procesu hlađenja, no nije napisao nikakvu formulu za njega nego ga je samo izrazio riječima „*the excess of the degrees of the heat ... were in geometrical pregression when the times are in arithmetical progression*“ koji bi prevedeno u duhu današnjeg jezika značilo „*višak topline...je u geometrijskoj nizu kada su vremena u aritmetičkom nizu*“. Iako nije bio baš potpun jasan, Newtonov članak je bio inspiracija mnogima za istraživanje zakona hlađenja.

Primijetio je da se njegov zakon može matematički prikazati pomoću veze između promjene temperature tijela u vremenu i razlike temperature tijela i okoline:

$$\frac{dT_{OB}}{dt} \propto -(T_{OB} - T_{OK})$$

Danas se taj izraz zapisuje na način:

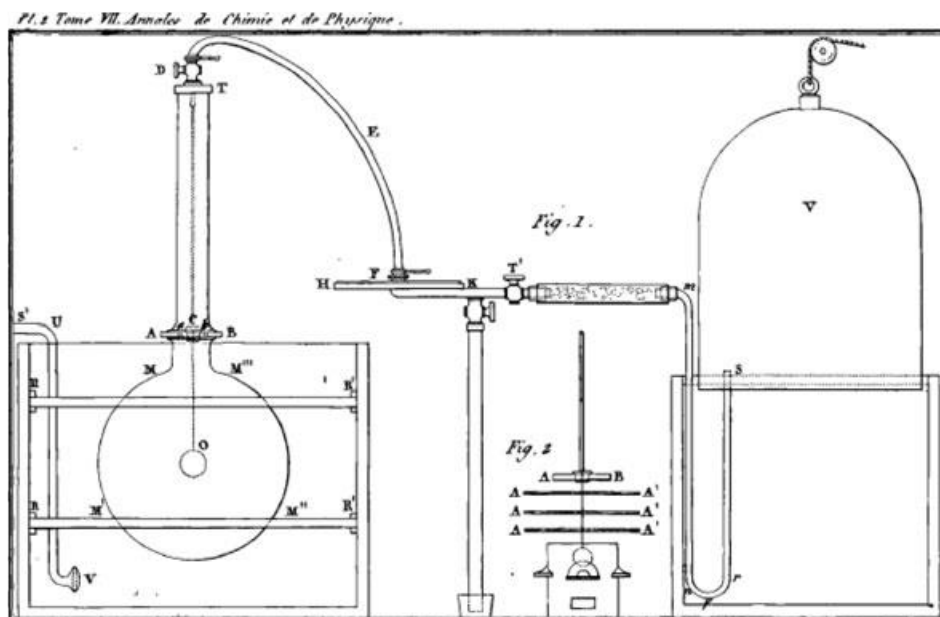
$$\frac{dQ}{dt} \propto -(T_{OB} - T_{OK})$$

Budući da je Newtona, kao i druge znanstvenike toga doba, zbunjivala razlika između temperature i topline, njemu bi ta dva izraza zapravo isto značila.

---

<sup>1</sup> Prvi svjetski i najstariji znanstveni časopis; Sa svojim radom je započeo u ožujku 1665. pod vodstvom prvog tajnika društva H. Oldenburga (1619.-1677.)

Kao što je već ranije rečeno, Newton je brojne druge znanstvenike potaknuo na istraživanje zakona hlađenja te su 1871. znanstvenici Pierre Dulong<sup>2</sup> i Alexis Petit<sup>3</sup> objavili veliko istraživanje o mjerenju temperature i zakonu hlađenja. Prvo su proučavali proces hlađenja uslijed zračenja u vakuumu. Koristili su dva živina termometra sa 'žaruljicama' promjera 6 cm i 2 cm koje su bile postavljene u sfernoj bakrenoj posudi promjera 3 dm iz koje je ispušten zrak. Cijeli taj sustav je bio uronjen u cilindričnu posudu ispunjen vodom (kao što je prikazano na slici 1.1.).



Slika 1.1. Prikaz aparature P. Dulonga i A. Petita

Došli su do zaključka da se tijelo ohladilo tako što je predalo višak energije okolini putem zračenja. Brzina hlađenja ili smanjivanje temperature tijekom vremena uslijed zračenja  $V_{rad}=dT/dt$  jednaka je razlici funkcija  $F(T_{OB})-F(T_{OK})$  koje su opisane zakonom zračenja:

$$\frac{dT_{OB}}{dt} = F(T_{OB}) - F(T_{OK})$$

Između ostalog, primijetili su da brzina hlađenja ovisi o svojstvima tijela (uspoređivali su ponašanje staklene žarulje i žarulje obavijene srebrom).

Iz mjerenja (slika 1.2.) su dobili da je funkcija  $F(T_{OB})$  jednaka:

<sup>2</sup> Pierre Dulong (1785.-1838.)-francuski kemičar i fizičar

<sup>3</sup> Alexis Petit (1791.-1820.)- francuski fizičar

$$F(T_{OB}) \propto a^T + const.$$

Gdje je  $a=1,0077$  i stoga ( $m=const.$ ):

$$V_{rad} = \frac{dT_{OB}}{dt} = m \cdot (a^{T_{OB}} - a^{T_{OK}}) = m \cdot a^{T_{OK}} \cdot (a^{(T_{OB}-T_{OK})} - 1), \quad (1)$$

Excès de température, ou valeurs de $t$ .	Valeurs observées de $V$ .	Valeurs calculées de $V$ .
240°;	12°,40;	12°,46;
220;	10,41;	10,36;
200°;	8°,58;	8°,56;
180;	7,04;	7,01;
160;	5,67;	5,68;
140;	4,57;	4,54;
120;	3,56;	3,56;
100;	2,74;	2,72;
80;	1,99;	2,00;
60;	1,40;	1,38;
40;	0,86;	0,85;
20.	0,39.	0,39.

Slika 1.2. Rezultati mjerenja (prva kolona predstavlja razliku temperature termometra i posude, druga predstavlja brzinu hlađenja koja je mjerena u °C/min, a treća predstavlja brzinu hlađenja dobivenu prema formuli (1))

U drugoj polovici 19.st. zakon hlađenja se uglavnom objašnjavao pomoću gubitka energije, uključujući energiju konvekcije  $E_{con}$  i energiju zračenja  $E_{rad}$ :

$$\frac{dE}{dt} = C \frac{dT}{dt} = \frac{dE_{con}}{dt} + \frac{dE_{rad}}{dt}, \quad [1]$$

Danas Newtonov zakon hlađenja definiramo kao promjenu temperature objekta koja je proporcionalna razlici temperature objekta i temperature okoline. [2]

Općenito zakon vrijedi za temperature bliske sobnoj temperaturi ili kod temperatura između kojih je mala razlika.

Svoju primjenu je našao u forenzici pri određivanju vremena smrti neke osobe. Znajući prosječnu tjelesnu temperaturu ljudskog tijela koja iznosi  $36,5^{\circ}\text{C}$ , temperaturu okoline i temperaturu tijela u dva različita vremena, možemo izračunati vrijeme kada je osoba preminula.

Osim toga, možemo ga koristiti i u kuhanju, znajući početnu temperaturu okoline, možemo odrediti vrijeme kada će hrana imati temperaturu koja je pogodna za jelo.

## **1.2.TEMPERATURA i PRIJENOS TOPLINE**

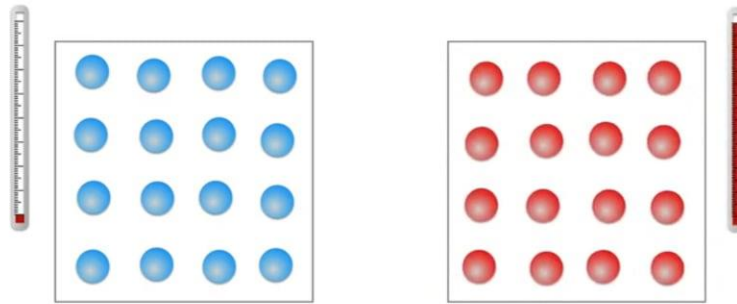
Zamislimo tijelo koje je napravljeno od molekula koje se gibaju kaotično. Dovođenjem topline, tijelu raste kinetička energija stoga je temperatura mjera srednje kinetičke energije tijela, odnosno mjera zagrijanosti tijela.

Temperatura pripada SI<sup>4</sup> sustavu mjernih veličina, a njezina osnovna mjerna jedinica je Kelvin (K).

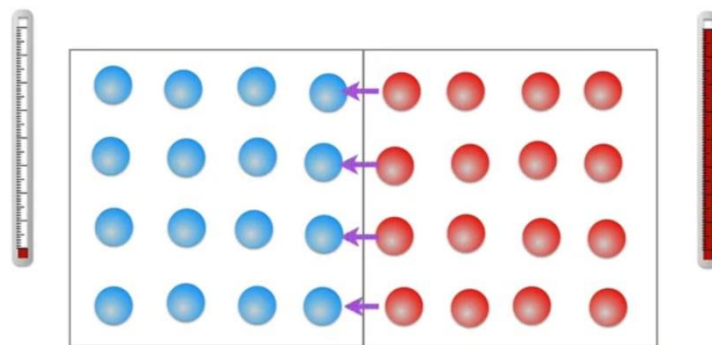
Dovedemo li to tijelo u kontakt s hladnijim, nakon nekog vremena toplina s toplijeg tijela će prijeći na hladnije i njihove temperature će se izjednačiti. Odnosno hladnije tijelo će se zagrijati, a toplije ohladiti.

---

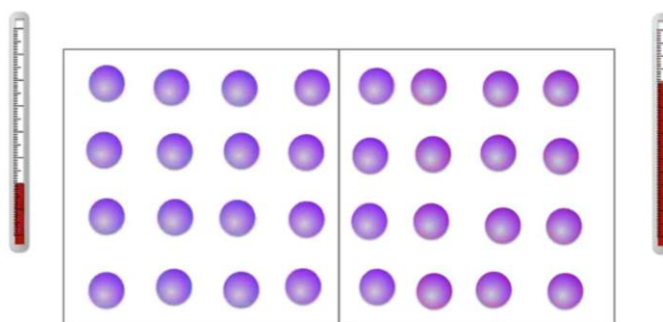
<sup>4</sup> SI sustav mjernih jedinica- međunarodni sustav mjernih jedinica prihvaćen 1960. godine; SI je kratica za francuski naziv *Le System International d'Unites*



Slika 1.3. Prikaz hladnijeg i toplijeg tijela



Slika 1.4. Prikaz prijelaza kinetičke energije s toplijeg na hladnije tijelo



Slika 1.5. Prikaz izjednačavanja temperature tijela

Postoje tri načina izmjene topline:

- Kondukcija (vođenje)- energija se prenosi s molekule na molekulu iz područja više temperature u područje niže temperature, a sredstvo pritom miruje
- Konvekcija (miješanje)- prenošenje topline u fluidima, a odvija se strujanjem fluida s jednog mjesta na drugo
- Radijacija (zračenje)- nastaje kad atomi ili molekule tijela pobuđeni termičkim gibanjem emitiraju elektromagnetske valove.

No u ovom radu se ne ćemo baviti detaljnijom obradom tih triju načina. [3]

Toplina bi prema definiciji bila „fizička veličina kojom se opisuje energija koja prelazi s toplijeg tijela na hladnije“. Označavamo ju sa  $Q$ , a mjerna jedinica je džul (J). Stara mjerna jedinica je kalorija (1 cal=4,186 J). Ona ovisi o masi tijela  $m$ , o specifičnom toplinskom kapacitetu tvari od koje je tijelo napravljeno  $c$  i o promjeni temperature  $\Delta T$ :

$$\Delta Q = m \cdot c \cdot \Delta T, \quad [4]$$

### 1.3. PROMJENA TEMPERATURE I VRIJEME

Kao što je ranije navedeno, promjena temperature objekta je proporcionalna razlici temperature objekta i temperature okoline. Nas zanima kako povezati temperaturu s vremenom stoga krećemo od izraza:

$$\frac{-dQ}{dt} \sim (T_{OB} - T_{OK})$$

gdje je  $T_{OB}$  temperatura promatranog objekta,  $T_{OK}$  temperatura okoline, a znak minusa predstavlja gubitak topline, tj. hlađenje objekta (da se objekt zagrijava izraz bi bio pozitivan).

Napravimo li od toga jednadžbu:

$$\frac{-dQ}{dt} = k \cdot (T_{OB} - T_{OK})$$

$k$  u gornjoj jednadžbi označava konstantu.

Promjenu topline možemo zapisati pomoću formule:

$$dQ = m \cdot c \cdot dT$$

Ubacimo li drugu stranu jednakosti u prethodnu formulu i sredimo li je dobijemo:

$$\frac{dT_{OB}}{dt} = -\frac{k}{m \cdot c} \cdot (T_{OB} - T_{OK})$$

Vidimo da u razlomku s desne strane jednadžbe imamo samo konstante, stoga ih možemo jednostavnije zapisati pomoću  $K$ :

$$K = \frac{k}{m \cdot c}$$

Tada smo dobili izraz za vezu između promjene temperature u vremenu pomoću kojega može izvesti opći izraz Newtonovog zakona hlađenja:

$$\frac{dT_{OB}}{dt} = -K \cdot (T_{OB} - T_{OK})$$

#### 1.4. DIFERENCIJALNA JEDNADŽBA NEWTONOVOG ZAKONA HLAĐENJA

Izraz koji nam govori o ovisnosti promjene temperature u vremenu predstavlja običnu diferencijalnu jednadžbu sa separiranim varijablama [5]:

$$\frac{dT_{OB}}{dt} = -K \cdot [T_{OB}(t) - T_{OK}]$$

gdje  $K$  koeficijent hlađenja, a  $t$  vrijeme.

Za početak, cijeli izraz pomnožimo sa  $dt$ , i podijelimo sa zagradom:

$$\frac{dT_{OB}}{dt} = -K \cdot [T_{OB}(t) - T_{OK}] \cdot dt$$

$$dT_{OB} = -K \cdot [T_{OB}(t) - T_{OK}] \cdot dt$$

$$\frac{dT_{OB}}{[T_{OB}(t) - T_{OK}]} = -K \cdot dt$$

Nakon toga je dobiveni izraz potrebno integrirati:

$$\int \frac{dT_{OB}}{[T_{OB}(t) - T_{OK}]} = - \int K \cdot dt$$

Integrali su vrlo jednostavni stoga je rješenje odmah vidljivo i ono glasi:

$$\ln|T_{OB}(t) - T_{OK}| = -K \cdot t + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

Djelujemo li sada sa  $e$  na cijelu jednadžbu, riješit ćemo se prirodnog logaritma:

$$|T_{OB}(t) - T_{OK}| = e^{-K \cdot t} \cdot e^c, \quad c > 0$$

$$T_{OB}(t) - T_{OK} = \pm e^{-K \cdot t} \cdot C, \quad c \neq 0$$

Prebacimo li sada  $T_{OK}$  na desnu stranu, dobit ćemo izraz za Newtonov zakon hlađenja:

$$T_{OB}(t) = e^{-K \cdot t} \cdot C + T_{OK}, \quad c \neq 0$$

Gdje konstanta  $C$  predstavlja razliku između početne temperature objekta i okoline.

Konstantu  $C$  možemo dobiti na vrlo jednostavan način. Zamislimo temperaturu objekta u početnom trenutku  $T_{OB}(t=0)$ .

Ubacimo li početni trenutak (tj. nulu) u formulu:

$$T_{OB}(t = 0) = e^{-K \cdot 0} \cdot C + T_{OK}$$

$$C = T_{OB}(0) - T_{OK}$$

$$T_{OB}(t) = e^{-K \cdot t} \cdot [T_{OB}(0) - T_{OK}] + T_{OK}$$

Time smo dobili konačan izraz za Newtonov zakon hlađenja.

Konstanta  $K$  se dobiva jednostavnim matematičkim postupkom, a konačna formula glasi:

$$K = -\frac{1}{t} \cdot \ln \frac{T_{OB}(t) - T_{OK}}{T_{OB}(0) - T_{OK}}$$



## 2. EKPERIMENTALNI DIO

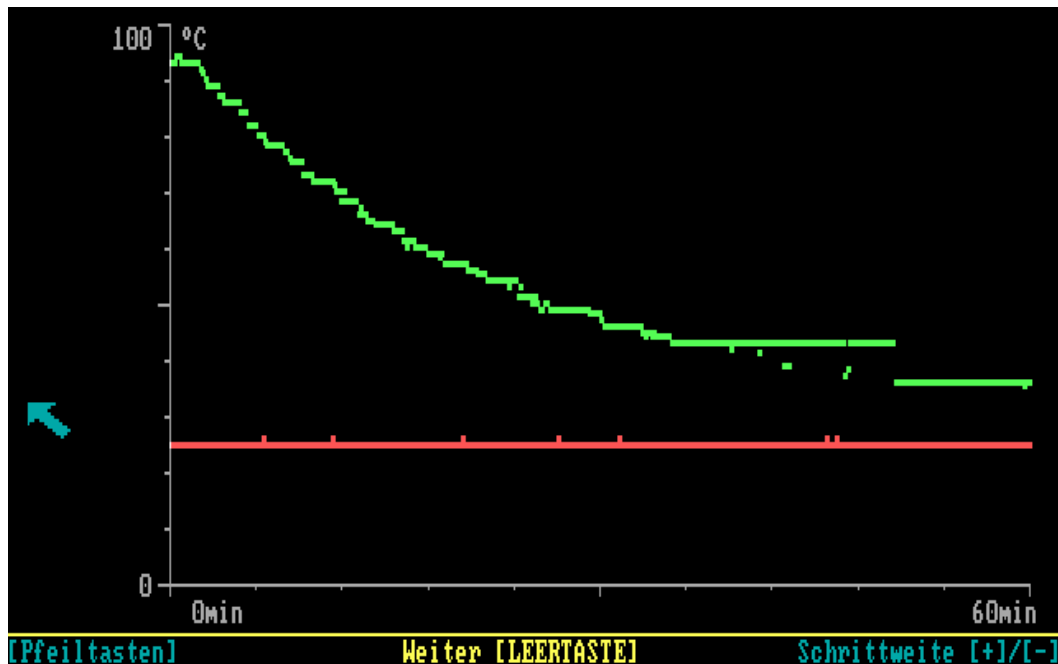
### 2.1. METODOLOGIJA MJERENJA

Ideja je bila zagrijati različite tvari i zatim pratiti njihovo hlađenje. Čekali smo dok tvari ne prokuhaju te smo ih zatim premjestili na ranije predviđeno mjesto za hlađenje. Tijekom hlađenja, pomoću jednog od termometara CATT 2 uređaja mjerili smo temperaturu tvari dok je drugi termometar cijelo vrijeme mjerio temperaturu okoline. Oba termometra su kontrolirana i digitalnim termometrom točnosti  $\pm 0,1^{\circ}\text{C}$ . U svim mjerenjima se pokazalo da digitalni termometar i termometar uređaja ne pokazuju istu početnu temperaturu tvari. Razlika je nastala jer se tvar ne hladi jednako u svim svojim dijelovima, stavimo li jedan termometar bliže sredini tvari, a drugi bliže rubu, onaj koji je bliži rubu pokazivat će manju temperaturu jer se taj dio počeo prije hladiti. Isto tako kod mjerenja temperature tekućina morali smo paziti da termometar ne dodiruje stijenku posude jer bi onda pokazivao krivu temperaturu.



Slika 2.1. Aparatura za mjerenje temperature; Sastoji se od uređaja marke NTL computer physics na kojemu su spojeni termometri i od računala na koje je spojen taj uređaj

Hlađenje smo pratili pomoću pripadajućeg programa na računalu CATT 2 SOFT, a prikazana su grafički na  $T-t$  grafu. Vremenski interval mjerenja temperature bio je svakih 10 sekundi.



Slika 2.2. Graf jajeta u CATT 2 SOFT programu; Crvena linija označava sobnu temperaturu koja je bila konstantna, a zelena označava temperaturu tijela koje se hladilo

Nakon hlađenja izmjerili smo svakom uzorku dimenzije te smo im masu odredili na digitalnoj vagi točnosti na tisućinku grama.

Nakon izvršenih mjerenja izračunali smo teorijsku vrijednost temperature na koju bi se tvar trebala ohladiti nakon nekog vremena, no prije nego smo ju mogli izračunati morali smo odrediti konstantu  $K$  za svaku tvar posebno. Postupak određivanja teorijske vrijednosti kao i rezultati mjerenja opisani su u sljedećem podnaslovu.

## 2.2. POSTUPAK OREĐIVANJA TEORIJSKE VRIJEDNOSTI TEMPERATURE I REZULTATI MJERENJA

Za određivanje teorijskih vrijednosti temperatura u određenom vremenu trebalo je pronaći konstantu  $K$  za svaki uzorak te ga uvrstiti zajedno s ostalim potrebnim vrijednostima u ranije izvedeni izraz Newtonovog zakona hlađenja. Tako dobivena temperatura uspoređena je s izmjerenom temperaturom na koju se tijelo ohladilo i sa temperaturom na koju se tijelo trebalo ohladiti s obzirom na dobivene eksperimentalne vrijednosti. Zadnje navedena temperatura se dobije tako što se najprije izračuna konstanta  $K$  pomoću izmjerenih vrijednosti te se zajedno s ostalim potrebnim vrijednostima ubaci u izraz Newtonovog zakona hlađenja. (tablica 2.1.)

Za svaki uzorak izrađen je graf u *Pythonu*<sup>5</sup> u kojemu su uspoređene krivulje triju navedenih temperatura.

**Tablica 2.1. Prikaz dobivenih eksperimentalne rezultate; Prvi stupac  $T_{OB}(t)$  prikazuje vrijednost temperature na koju se uzorak trebao ohladiti prema izmjerenim vrijednostima, a drugi stupac  $T_{OB}(t)$  prikazuje temperaturu na koju se uzorak zapravo ohladio**

TVAR	$T_{OK}$ [°C]	$T_{OB}(0)$ [°C]	t [s]	$K$ [s <sup>-1</sup> ]	$T_{OB}(t)$ [°C]	$T_{OB}(t)$ [°C]
Voda	25	92,3	4330	$(1,261 \cdot 10^{-3} \pm 3,760 \cdot 10^{-4})$	25,28	26
Ulje	26	93	7000	$(5,800 \cdot 10^{-4} \pm 1,340 \cdot 10^{-4})$	26,75	27
Mlijeko	26	89	5000	$(9,360 \cdot 10^{-4} \pm 2,370 \cdot 10^{-4})$	26,58	27
Mrkva	26	78	2330	$(1,502 \cdot 10^{-3} \pm 3,970 \cdot 10^{-4})$	27,57	27
Meso	26	82	2800	$(1,182 \cdot 10^{-3} \pm 3,410 \cdot 10^{-4})$	28,06	27
Jaje	26	72	2490	$(1,057 \cdot 10^{-3} \pm 3,820 \cdot 10^{-4})$	29,60	27
Krumpir_1	26	76	3090	$(1,170 \cdot 10^{-3} \pm 2,900 \cdot 10^{-4})$	27,39	27
Krumpir_2	26	58	2105	$(2,028 \cdot 10^{-3} \pm 5,520 \cdot 10^{-4})$	26,62	27

Tablice izmjerenih vrijednosti kao i grafovi za svaki uzorak prikazani su ispod:

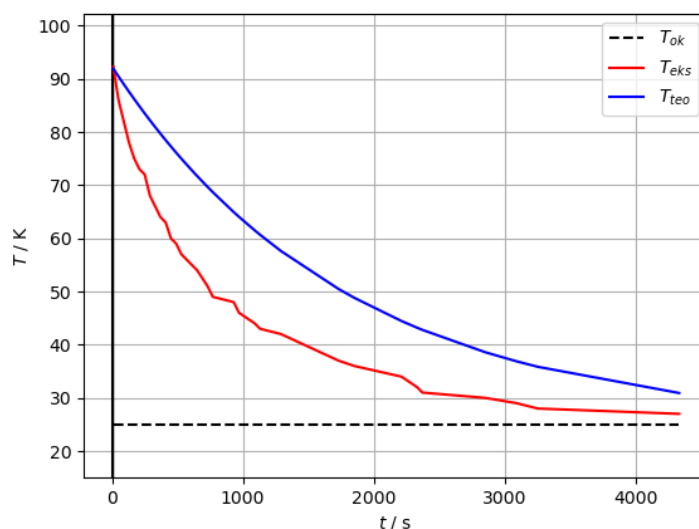
<sup>5</sup> Python-programski jezik opće namjene koji je nastao 1990. godine

## a) Voda

Voda je bila volumena 190 ml i mase 190 g.

Tablica 2.2. Vrijednosti temperatura izmjerenih prilikom eksperimentalnog proučavanja hlađenja vode

T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]
92	10	66	330	51	730	36	1850
86	50	64	370	49	770	34	2210
82	90	63	410	48	930	32	2330
78	130	60	450	46	970	31	2370
75	170	59	490	44	1090	30	2850
73	210	57	530	43	1130	29	3090
72	250	55	610	42	1290	28	3250
68	290	54	650	37	1730	27	4330



Slika 2.3. Prikaz grafa u Pythonu za temperature hlađenja vode; plava krivulja predstavlja teorijsku vrijednost temperature, crvena krivulja eksperimentalnu vrijednost temperature, a isprekidana krivulja predstavlja sobnu temperaturu

Teorijska konstanta  $K$  za vodu je  $-5,615 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  [7]. Iako je zadana kao negativna vrijednost, zbog ranije navedenog razloga minus je izostavljen (isto objašnjenje vrijedi za sve konstante koje su negativne).

Usporedimo li teorijske i eksperimentalne vrijednosti konstante:

$$\left| \frac{K_{TEO} - K_{EKS}}{K_{TEO}} \right| = \left| \frac{5,615 \cdot 10^{-4} - 1,261 \cdot 10^{-3}}{5,615 \cdot 10^{-4}} \right| = 124,58 \%$$

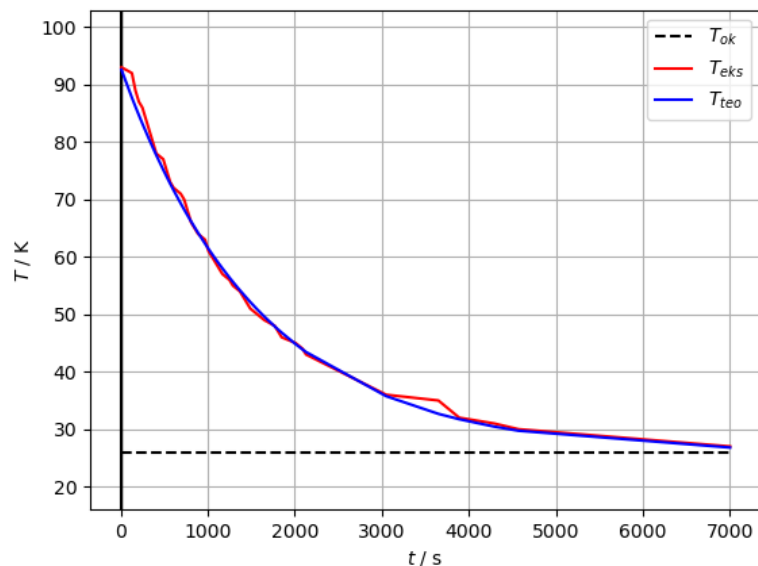
Promatramo li graf, možemo uočiti da se voda brže hladila u početku procesa, a kasnije sve sporije. Razlog tome je to je brzina hlađenja proporcionalna razlici temperature objekta i okoline, a u početku je ta razlika najveća, no to smo već ranije objasnili i pokazali formulom. Istu karakteristiku smo primijetili i kod ostalih tvari.

## b) Ulje

Volumen ulja iznosio je 220 ml, a masa 204,16 g.

Tablica 2.3. Vrijednosti temperatura izmjerenih prilikom eksperimentalnog proučavanja hlađenja ulja

T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]
93	10	72	610	58	1130	45	2010
92	130	71	690	57	1170	44	2090
89	170	70	730	56	1250	43	2130
87	210	68	770	55	1290	36	3050
86	250	66	810	54	1370	35	3650
82	330	65	850	51	1490	32	3890
80	370	64	890	50	1570	31	4290
78	410	63	970	49	1650	30	4570
77	490	61	1010	48	1770	27	7000
75	530	60	1050	47	1810		
73	570	59	1090	46	1850		



Slika 2.4. Prikaz grafa u Pythonu za temperature hlađenja ulja; plava krivulja predstavlja teorijsku vrijednost temperature, crvena krivulja eksperimentalnu vrijednost temperature, a isprekidana krivulja predstavlja sobnu temperaturu

Teorijska konstanta  $K$  za ulje iznosi  $-6,319 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  [7].

Usporedimo li teorijske i eksperimentalne vrijednosti konstante:

$$\left| \frac{K_{TEO} - K_{EKS}}{K_{TEO}} \right| = \left| \frac{6,319 \cdot 10^{-4} - 5,800 \cdot 10^{-4}}{6,319 \cdot 10^{-4}} \right| = 8,21 \%$$

Iz podataka dobivenih mjerenjem (tablice 2.2. i 2.3.) vidimo da je ulju trebalo više vremena za hlađenje nego vodi iako gube toplinu na isti način. Budući da voda ima veći specifični toplinski kapacitet od ulja, očekivano je da će njoj trebati duže vremena da se ohladi, no pošto je ona manje viskozna<sup>6</sup> od ulja, toplije čestice s dna posude brže putuju prema površini i predaju toplinu sustavu nego čestice ulja.

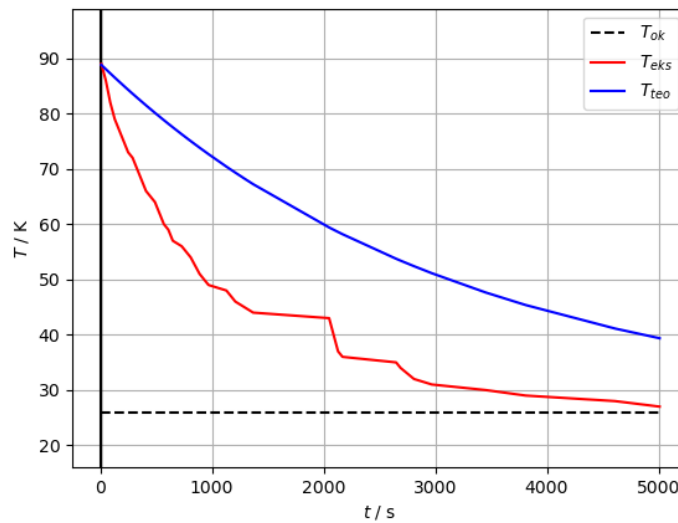
### c) Mlijeko

Volumen promatranog mlijeka iznosio je 190 ml, a masa 141,700 g.

**Tablica 2.4. Vrijednosti temperatura izmjerenih prilikom eksperimentalnog proučavanja hlađenja mlijeka**

T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]	T [°C]	[s]
89	10	66	410	49	970	35	2650
86	50	64	490	48	1130	34	2690
82	90	60	570	46	1210	32	2810
79	130	59	610	45	1290	31	2970
75	210	57	650	44	1370	30	3450
73	250	56	730	43	2050	29	3810
72	290	54	810	37	2130	28	4610
70	330	51	890	36	2170	27	5010

<sup>6</sup> Viskoznost-trenje nastalo pri strujanju fluida zbog različite brzine gibanja njegovih slojeva; Razlika između viskoznosti i trenja u mehanici je da pri običnom trenju postoji sila i kad tijelo miruje, dok se viskoznost javlja samo pri gibanju



**Slika 2.5. Prikaz grafa u Pythonu za temperature hlađenja mlijeka; plava krivulja predstavlja teorijsku vrijednost temperature, crvena krivulja eksperimentalnu vrijednost temperature, a isprekidana krivulja predstavlja sobnu temperaturu**

Teorijska konstanta  $K$  za mlijeko je  $-3,095 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  [7].

Usporedimo li teorijske i eksperimentalne vrijednosti konstante:

$$\left| \frac{K_{TEO} - K_{EKS}}{K_{TEO}} \right| = \left| \frac{3,095 \cdot 10^{-4} - 9,360 \cdot 10^{-4}}{3,095 \cdot 10^{-4}} \right| = 202,42 \%$$

Viskoznost mlijeka je između viskoznosti vode i ulja pa je njegovo vrijeme hlađenja između vremena hlađenja vode i ulja.

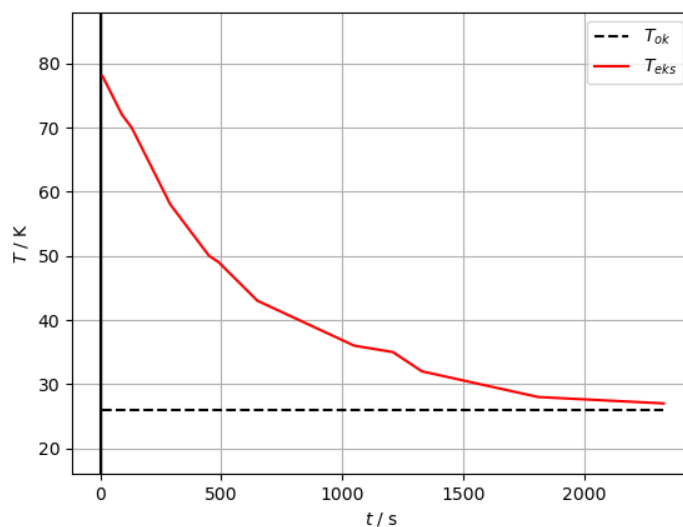
Na grafu se može uočiti da se mlijeko puno brže ohladilo nego što li je teorija predviđjela.

#### **d) Mrkva**

Mrkva je bila duljine 12,5 cm, promjera 2,5 cm, mase 77,842 grama i volumena  $61,35 \text{ cm}^3$ .

**Tablica 2.5. Vrijednosti temperatura izmjerenih prilikom eksperimentalnog proučavanja hlađenja mrkve**

T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]
78	10	50	450	31	1450
75	50	49	490	30	1570
72	90	46	570	29	1690
70	130	43	650	28	1810
64	210	36	1050	27	2330
58	290	35	1210		
54	370	32	1330		



**Slika 2.6. Prikaz grafa u Pythonu za temperature hlađenja mrkve; crvena krivulja predstavlja eksperimentalnu vrijednost temperature, a isprekidana predstavlja temperaturu okoline**

Zbog nedostatka konstante  $K$  za teorijsku vrijednost temperature, ona je izostavljena na grafu.

Usporedimo li hlađenje čestica u tekućem i čvrstom stanju, možemo vidjeti da su se čestice u čvrstom stanju brže ohladile. Procesom hlađenja atomima se smanjuje kinetička energija, tj. brzina, približavaju se jedni drugima te postepeno tvore uređenu strukturu. Promatramo li atome čvrstog tijela, oni se ne gibaju (tj. gibaju se, ali tako da titraju u mjestu), blizu su jedni drugima, odnosno tvore uređenu strukturu. Dovođenjem topline, raste im srednja kinetička energija, a s time i brzina te se polako odmiču jedni od drugih. Budući da se nisu previše odmaknuli, puno brže će se ohladiti, odnosno atomi će se brže vratiti na svoja mjesta u strukturi. U tekućinama atomi se već prije zagrijavanja gibaju određenom brzinom i razmaknuti su jedni od drugih. Procesom zagrijavanja brzina im biva sve veća, te dio njih pri određenoj temperaturi dobije toliku energiju da uspije prijeći u plinovito stanje (dokaz tome je isparavanje) te zbog toga svega tekućinama treba duže da se ohlade.

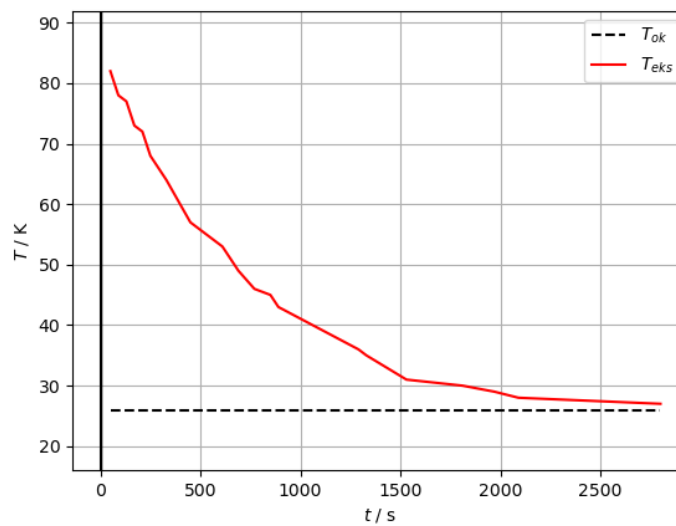


### e) Meso

Uzorak je bio duljine 9 cm, visine 4 cm, promjera 5,5, cm i mase 74,540 g.

Tablica 2.6. Vrijednosti temperatura izmjerenih prilikom eksperimentalnog proučavanja hlađenja mesa

T [°C]	T [s]	T [°C]	T [s]	T/°C	t/s	T/°C	t/s
82	50	66	290	46	770	30	1810
78	90	64	330	45	850	29	1970
77	130	57	450	43	890	28	2090
73	170	55	530	36	1290	27	2800
72	210	53	610	35	1330		
68	250	49	690	31	1530		



Slika 2.7. Prikaz grafa u Pythonu za temperature hlađenja mesa; crvena krivulja predstavlja eksperimentalnu vrijednost temperature, a isprekidana predstavlja temperaturu okoline

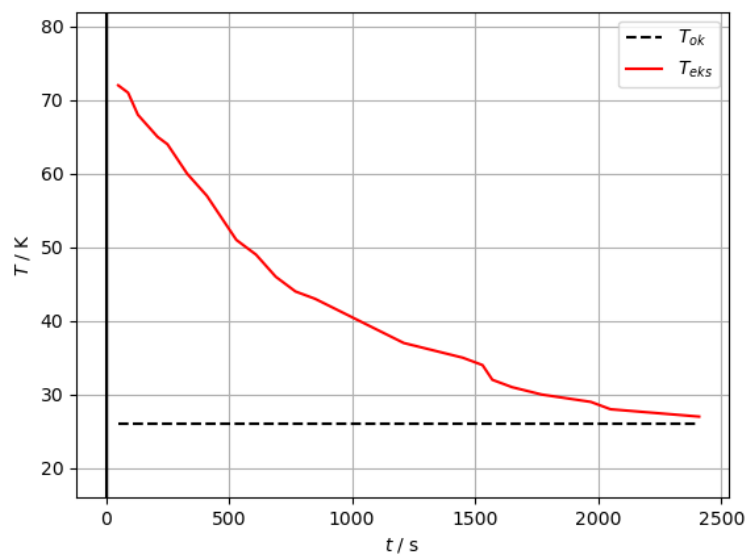
Zbog nedostatka teorijske konstante K, krivulja teorijske temperature izostavljena je s grafa.

## f) Jaje

Masa jajeta bila je 55,500 g, promjer 5 cm i duljina 6 cm.

Tablica 2.7. Vrijednosti temperatura izmjerenih prilikom eksperimentalnog proučavanja hlađenja jajeta

T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]
72	50	57	410	43	850	30	1770
71	90	55	450	37	1210	29	1970
68	130	51	530	35	1450	28	2050
65	210	49	610	34	1530	27	2410
64	250	46	690	32	1570		
60	330	44	770	31	1650		



Slika 2.8. Prikaz grafa u Pythonu za temperature hlađenja jajeta; crvena krivulja predstavlja eksperimentalnu vrijednost temperature, a isprekidana predstavlja temperaturu okoline

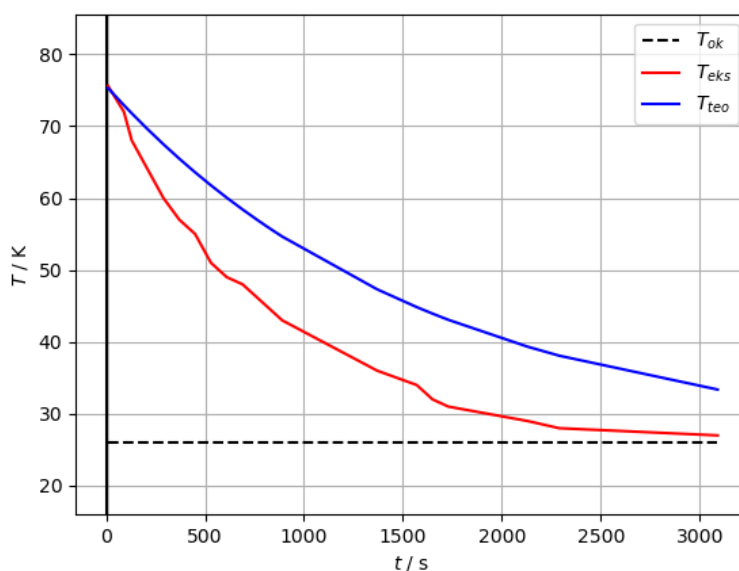
Krivulja teorijske temperature je i ovdje izostavljena zbog nedostatka konstante  $K$ .

### g) Krumpir\_1

Prvi krumpir mase 86,150 g je bio duljine 7 cm, visine 4 cm i promjera 5 cm.

Tablica 2.8. Vrijednosti temperatura izmjerenih prilikom eksperimentalnog proučavanja hlađenja krumpira\_1

T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]
75,6	10	51	530	36	1370
72	90	49	610	34	1570
68	130	48	690	32	1650
64	210	46	770	31	1730
60	290	45	810	29	2130
57	370	44	850	28	2290
55	450	43	890	27	3090



Slika 2.9. Prikaz grafa u Pythonu za temperature hlađenja krumpira\_1; plava krivulja predstavlja teorijsku vrijednost temperature, crvena krivulja eksperimentalnu vrijednost temperature, a isprekidana krivulja predstavlja sobnu temperaturu

Teorijska konstanta  $K$  za krumpir većih dimenzija  $6,167 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  [8].

Usporedimo li teorijske i eksperimentalne vrijednosti konstante:

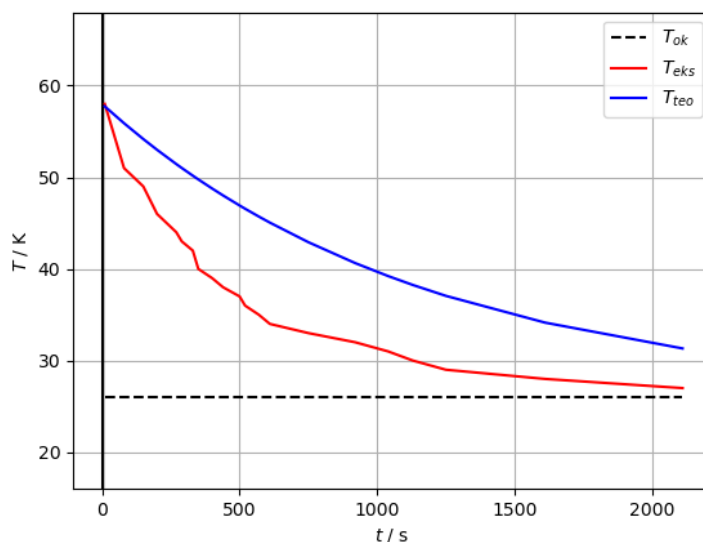
$$\left| \frac{K_{TEO} - K_{EKS}}{K_{TEO}} \right| = \left| \frac{6,167 \cdot 10^{-4} - 1,170 \cdot 10^{-3}}{6,167 \cdot 10^{-4}} \right| = 89,72 \%$$

## h) Krumpir\_2

Drugi krumpir mase 24,666 g je bio duljine 6 cm, visine 1,5 cm i promjera 4,5 cm.

Tablica 2.9. Vrijednosti temperatura izmjerenih prilikom eksperimentalnog proučavanja hlađenja krumpira\_2

T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]	T [°C]	t [s]
58	10	40	350	33	750
51	80	39	400	32	920
49	150	38	440	31	1040
46	200	37	500	30	1130
44	270	36	520	29	1250
43	290	35	570	28	1610
42	330	34	610	27	2110



Slika 2.10. Prikaz grafa u Pythonu za temperature hlađenja krumpira\_2; plava krivulja predstavlja teorijsku vrijednost temperature, crvena krivulja eksperimentalnu vrijednost temperature, a isprekidana krivulja predstavlja sobnu temperaturu

Teorijska konstanta  $K$  za krumpir manjih dimenzija je  $8,500 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  [8].

Usporedimo li teorijske i eksperimentalne vrijednosti konstante:

$$\left| \frac{K_{TEO} - K_{EKS}}{K_{TEO}} \right| = \left| \frac{8,500 \cdot 10^{-4} - 2,028 \cdot 10^{-3}}{8,500 \cdot 10^{-4}} \right| = 138,58 \%$$

Tijela manjih dimenzija brže se hlade od tijela većih dimenzija što samo po sebi ne zahtjeva posebno objašnjenje. Manje tijelo ima manju površinu koju je potrebno ohladiti stoga će hlađenje biti brže. Kao dokaz ovoj tvrdnji idu mjerenja hlađenja krumpira\_1 i krumpira\_2.

### 3. ZAKLJUČAK

Newtonov zakon hlađenja pobuđuje zanimanje znanstvenika od 18.st. Prvi ga je otkrio Isaac Newton, a kasnije su ga doradili Pierre Dulong i Alexis Petite. Svoju primjenu je pronašao u našem svakodnevnom životu, a pogotovo u svijetu forenzike gdje služi za određivanje starosti tijela.

Zakon kaže da je brzina hlađenja tijela proporcionalna razlici temperature tijela koje se hladi i njegove okoline. Kako bismo testirali njegovu točnost, zagrijali smo nekoliko tekućih i čvrstih tvari te smo zatim pratili njihovo hlađenje do sobne temperature pomoću termometra koji je spojen na CATT 2 uređaj. Rezultate smo pratili pomoću računalnog programa CATT 2 SOFT koji je crtao graf izmjerenih vrijednosti. Usporedno smo mjerili sobnu temperaturu koja je bila konstantna.

Dobivene eksperimentalne vrijednosti usporedili s teorijskim vrijednostima pomoću grafa u *Pythonu*. Grafički prikaz nam je pokazao da je Newtonov zakon hlađenja zaista točan. Podijelimo li krivulju grafa na jednake vremenske intervale, vidjet ćemo da se tijelo u početku brže hladilo, a kasnije sve sporije.

Kod gotovo svakog uzorka eksperimentalna i teorijska krivulja se ne poklapaju. Glavni razlog je što, iako su uvjeti bili kontrolirani, nisu bili idealni. Tvari su osim vođenjem toplinu gubile i zračenjem, a to nismo mogli izmjeriti. Uzmemo li u obzir da, iako smo pratili hlađenje jednakih vrsta tvari kao i drugi, nisu sve jedinke istih svojstava.

Nadalje, pokusom smo dokazali da brzina hlađenja ovisi o brojnim svojstvima. Kod tekućina je to viskoznost. U manje viskozним tekućinama toplije čestice će prije doći na površinu i predati svoju toplinu. Kod čvrstih tijela su najbitnije njihove dimenzije. Tijelo koje ima manju površinu brže će se hladiti od tijela s većom površinom. Uspoređujući tekuće agregatno stanje sa čvrstim, lako je zaključiti da se čvrste tvari brže hlade. Razlog tome je što se hlađenjem čestice prvo približavaju jedna drugoj. U čvrstim tvarima atomi su blizu jedni drugima te se zagrijavanjem neće previše razmaknuti i trebat će im manje vremena da dođu na svoje početne pozicije. U tekućinama su atomi i prije zagrijavanja međusobno udaljeni pa će im trebati više vremena da se približe.

Kako bi eksperiment bio uspješniji, trebao bi se pratiti proces hlađenja više različitih uzoraka istih dimenzija kao i više jednakih uzoraka različitih dimenzija.

#### 4. LITERATURA

- [1] Besson, U.; *The History of the Cooling Law: When the Search for Simplicity can be an Obstacle // Science & Education*; 21, 2012, 1085-1110 (14.8.2020.)
- [2] Keresteš, J.; *Newtonov zakon hlađenja*; 2018.; URL:  
<http://lavica.fesb.unist.hr/matematika2/predavanja/node85.html> (15.8.2020.)
- [3] Kulišić P.; *Mehanika i toplina*; Zagreb: Školska knjiga, 2005. (15.8.2020.)
- [4] Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje; *Toplina*;  
URL: <http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=61787> (20.8.2020.)
- [5] Simmons G. F., Robertson J. S.; *Differential Equations with Applications and Historical Notes*; New York, 1991. (20.8.2020.)
- [6] Giesecking E.; *Newton's Law of Cooling*; URL:  
<http://jwilson.coe.uga.edu/EMAT6680Fa2014/Giesecking/Exploration%2012/Newton's%20Law%20of%20Cooling.htm> (6.9.2020.)
- [7] Finney C. M.; *Cooling Constants of Liquids*; URL:  
<http://csef.usc.edu/History/2003/Projects/23498.pdf> (18.9.2020.)
- [8] Vernier; *How Quickly Does Your Potato Cool?*; URL:  
<http://www.vernier.com/files/innovate/turkey-potato.pdf> (18.9.2020.)

## 5. ŽIVOTOPIS

Josipa Namestnik, rođena u Đakovu 24. travnja 1997. godine. U razdoblju od 2004. do 2012. godine pohađa OŠ Ivana Gorana Kovačića Đakovo gdje je stekla osnovnoškolsko obrazovanje. Srednjoškolsko obrazovanje stekla je u Gimnaziji Antuna Gustava Matoša Đakovo, jezični smjer u razdoblju od 2012. do 2016. godine. Od 2016. godine pohađa preddiplomski studij fizike na Odjelu za fiziku u Osijeku.