

# Dopplerov efekt i primjena u svakodnevnom životu

---

**Vakula, Marina**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2016**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Department of Physics / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za fiziku**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:160:045746>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-04**



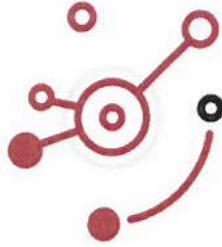
*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Department of Physics in Osijek](#)



**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU**

**ODJEL ZA FIZIKU**



**MARINA VAKULA**

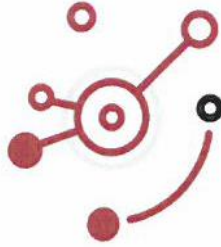
**DOPPLEROV EFEKT I PRIMJENA U  
SVAKODNEVNOM ŽIVOTU**

**Završni rad**

**Osijek, 2016.**

**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU**

**ODJEL ZA FIZIKU**



**MARINA VAKULA**

**DOPPLEROV EFEKT I PRIMJENA U  
SVAKODNEVNOM ŽIVOTU**

**Završni rad**

Predložen Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

radi stjecanja zvanja prvostupnice fizike

**Osijek, 2016.**

**„Ovaj završni rad je izrađen u Osijeku pod vodstvom doc. dr. sc. Denisa Stanića u sklopu Sveučilišnog preddiplomskog studija fizike na Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku“.**

## Sadržaj:

Sažetak	II
Abstract	III
1. Uvod	1
2. Christian Andreas Doppler	2
3. Dopplerov efekt	3
3.1. Što je relativno gibanje	4
3.2. Izvod Dopplerovog efekta	6
3.3. Opažatelj miruje, izvor se giba	8
3.3.1. Izvor se giba prema opažatelju	8
3.3.2. Izvor se giba od opažatelja	9
3.4. Izvor miruje, opažatelj se giba	10
3.4.1. Opažatelj se giba prema izvoru	10
3.4.2. Opažatelj se giba od izvora	11
3.5. Izvor i opažatelj se gibaju	12
3.6. Konusni udarni val	13
3.7. Relativistički Dopplerov efekt	15
4. Primjena Dopplerova efekta u svakodnevnom životu	16
4.1. Ultrazvuk i Dopplerov efekt	16
4.1.1. Medicinski ultrazvuk	17
4.1.2. Doppler-sonar	18
4.1.3. Radar	18
4.2. Dopplerov efekt u astronomiji	20
4.2.1. Crveni pomak	20
5. Zaključak	22
6. Literatura	23
7. Životopis	25

# **DOPPLEROV EFEKT I PRIMJENA U SVAKODNEVNOM ŽIVOTU**

**MARINA VAKULA**

## **Sažetak:**

U ovom radu prikazan je izvod Dopplerovog efekta te gotovi matematički modeli za pojedine slučajeve pojave Dopplerova efekta. Također, navedeni su neki od najčešćih primjena Dopplerova efekta u svakodnevnom životu bez detaljnog objašnjenja načina rada pojedine tehnologije. Ovaj rad daje uvid u osnove o samoj pojavi i omogućava pojedincima da samovoljno istraže detaljnije pojedinu primjenu ili matematički model.

(25str., 19 slika)

**Rad je pohranjen u knjižnici Odjela za fiziku**

**Ključne riječi:**Dopplerov efekt, Doppler, frekvencija, relativna brzina, izvor, opažač

**Mentor:.** Denis Stanić,doc. dr. sc

**Ocjenjivači:**

**Rad prihvaćen:**

## **DOPPLER EFFECT AND EVERYDAY APPLICATION**

**MARINA VAKULA**

### **Abstract:**

In this paper is shown Doppler effect and mathematical models for certain cases of Doppler effect. Also it includes some of the most common application of Doppler's effect in everyday life without detail explanation of working principles behind individual technology that are presented. This Thesis presents basic information about the phenomenon and allows individuals to research the details of individual application or mathematical model by themselves.

(25 pages, 19 figures)

**Thesis deposited in Department of Physics library**

**Keywords:** Doppler's effect, Doppler, frequency, relative velocity, source, observer

**Supervisor:** Denis Stanić, doc. dr. sc

**Reviewers:**

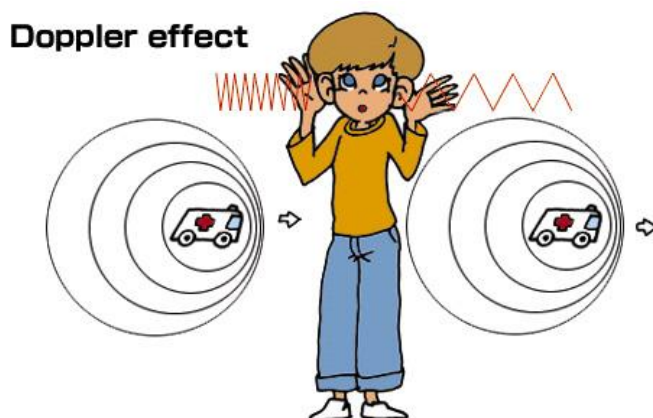
**Thesis accepted:**

## 1. Uvod

Dopplerov efekt je pojava promjene frekvencije, a samim time i valne duljine, nekog vala uzrokovana relativnim gibanjem između izvora i promatrača. Zbog gibanja izvora ili promatrača, frekvencija koju prima promatrač nije jednaka frekvenciji što ju odašilje izvor. Do te pojave dolazi zbog zbrajanja brzine širenja vala i gibanja promatrača ili izvora (ili oba).

Austrijski matematičar, fizičar i astronom Christian Doppler je 1842. godine pronašao utjecaj gibanja izvora zvuka na visinu tona [6]. Također je pretpostavio mogućnost opažanja tog utjecaja i za svjetlosne valove što je objavio u svom radu *O obojenoj svjetlosti dvojnih zvijezda*. 1848. godine Armand Fizeau proširuje Dopplerov efekt na optičke pojave.

Iako se ljudi svakodnevno susreću s pojavom Dopplerovog efekta, mnogi je nisu svjesni ili su u nemogućnosti da ju pojasne adekvatno. Većina ovu pojavu prihvaća iskustveno bez neke detaljnije analize i/ili pokušaja bilo kakvog matematičkog opisa same. U ovom radu napravljen je kratak osvrt na pojavu Dopplerovog efekta, izvod uz objašnjenje za dobivanje Dopplerovog efekta, matematički model pojave te su prikazani primjeri primjene Dopplerovog efekta u svakodnevnom životu. Uz kratak opis života i djela Christiana Dopplera, završni dio rada obrađuje primjenu u svakodnevnom životu. Ovaj koncept analize pojave u ovom radu omogućava lakše i bolje razumijevanje fizikalne pojave Dopplerovog efekta, te omogućava kratak i jednostavan uvid u matematičku formulaciju promatrane pojave.



*Slika 1: Prikaz svakodnevne pojave Dopplerovog efekta [3].*



## 2. Christian Andreas Doppler

Austrijski matematičar, fizičar i astronom Christian Andreas Doppler rođen je 29. studenog 1803. Djetinjstvo je proveo u Salzburgu, gdje je završio osnovnoškolsko i srednjoškolsko obrazovanje. Zbog slabog fizičkog stanja nije mogao preuzeti obiteljski posao klesara od svoga oca. Upisuje studij filozofije u rodnom Salzburgu te kasnije studij matematike i fizike na sveučilištu u Beču. Nakon završetka školovanja u Beču, ostaje raditi kao asistent na Tehnološkom fakultetu od 1829. godine. 1835. godine seli u Prag te započinje s radom na Praškom Veleučilištu (današnji Češki tehnički fakultet), gdje dobiva stalno imenovanje 1841.



*Slika 2: Christian A. Doppler [3].*

Godinu dana kasnije, u dobi od 38. godina održava predavanje temeljeno na njegovu najistaknutijem radu objavljenom iste 1842. godine *Über das farbige Licht der Doppelsterne und einiger anderer Gestirnes des Himmels (O obojenom svjetlu dvojnih zvijezda i drugih nebeskih tijela na nebu)*. U tom radu postulira svoje načelo koje je kasnije nazvano Dopplerov efekt. Opisuje kako promatrana frekvencija vala ovisi o relativnoj brzini izvora i promatrača.

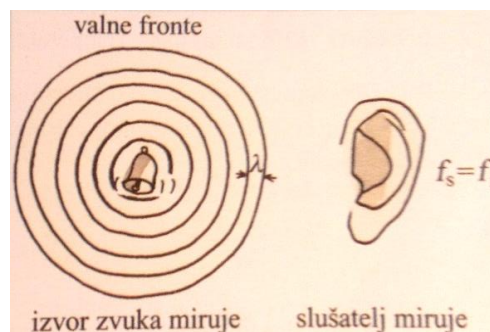
Za vrijeme rada u Pragu objavljuje više od 50 članaka iz matematike, fizike i astronomije. 1849. godine vraća se u Beč gdje je imenovan voditeljem Zavoda za eksperimentalnu fiziku Sveučilišta u Beču. Doppler ubrzo obolijeva od bolesti pluća te umire u dobi od 49 godina, 17. ožujka 1853. u Veneciji.

Ime Andreas i danas je predmet razmatranja u stručnoj literaturi, gdje Dopplera neki nazivaju Christian Andreas Doppler, dok drugi Christian Johann Doppler. Uvriježeno je mišljenje da je njegovo pravo ime Christian Andreas Doppler, kako je navedeno u župnim knjigama prilikom njegovog krštenja, no ipak postoje i oni koji ga i dalje nazivaju imenom Johann. Pretpostavlja se a je to ime „nastalo“ četrdesetak godina nakon njegove smrti, kada ga je astronom Julius Scheuber zabunom tako prozvao pozivajući se na njegov rad, te je kasnije samo kopiran od strane drugih.

### 3. Dopplerov efekt

Kao što je već spomenuto većina ljudi svakodnevno iskustveno doživi Dopplerov efekt bez poznavanja i razmatranja stvarnog uzroka pojave. Jedan od uobičajenih primjera može biti promatranje visine tona sirene vozila. Kada se vozilo približava opažaču on primjećuje povećanje u visini tona nadolazeće sirene, dok nakon što ga je vozilo prošlo te se udaljava, opažatelj primjećuje smanjenje visine tona. Ovaj primjer jasno nam demonstrira Dopplerov efekt, odnosno promjenu opažene frekvencije valova zvuka. Iako se frekvencija izvora zvuka ne mijenja, jasno je uočljiva promjena opažene frekvencije uzrokovana relativnim gibanjem izvora i opažatelja. Osim u zvučnim valovima do pojave Dopplerova efekta dolazi i u elektromagnetskim valovima, uključujući time i valove svjetlosti.

Dosadašnjim razmatranjem pojave Dopplerovog efekta jasno je vidljivo da do pojave dolazi isključivo kada postoji neka vrsta relativnog gibanja između izvora i opažatelja. Ukoliko ne bi postojalo relativno gibanje među njima opažatelj bi cijelo vrijeme registrirao stalnu frekvenciju dolaznog vala koja je jedna frekvenciji koju emitira izvor. To se događa u slučajevima kada se i izvor i opažatelj nalaze u stanju mirovanja ili se oba kreću jednoliko po pravcu, jednakim iznosom brzine i smjera gibanja u svakom trenutku promatranja, odnosno kada između njih ne postoji relativno gibanje.



**Slika 3:** Valne fronte kada izvor i opažatelj miruju [10].

### 3.1 Što je relativno gibanje

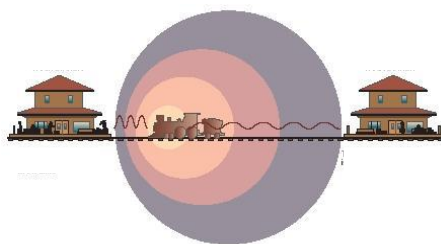
U fizici je često korišten pojam relativnog gibanja, odnosno gibanja jednog objekta s obzirom na drugi. Na primjer, molekule u ljudskom tijelu su u stalnom stanju gibanja, ali ne postoji relativno gibanje molekula sa samim tijelom; one se relativno gibaju s obzirom jedna na prema drugoj[8].

Ako bi to promatrali na većoj razini, Zemlja se rotira brzinom od približno  $1600 \text{ km/h}$  i rotira oko Sunca brzinom približno  $107\,826 \text{ km/h}$ , odnosno tri puta većom nego što su ljudi ikada postigli. Unatoč tim brzinama, nitko ne osjeća gibanje Zemlje na način na koji osjećamo i uočavamo primjerice gibanje u automobilu. U slučaju automobila, gibanje doživljavamo u relaciji sa objektima u okolini, znakovima, drvećem, građevinama... No ljudi nemaju referentnu točku promatranja s kojom bi povezali i bili u mogućnosti osjetiti gibanje Zemlje.

Albert Einstein je u svojoj teoriji relativnosti definirao sva gibanja kao relativna: kada kažemo da se nešto kreće, mislimo zapravo da se kreće u odnosu na nešto drugo [8]. Ukoliko ne bi postojala referentna točka na koju se prešutno i misaono pozivamo, ne bi smo mogli razlučiti krećemo li se mi prema nekom objektu ili se on kreće prema nama.

Puno prije Alberta Einsteina, Christian Doppler načinio je važno otkriće vezano uz relativno gibanje zvučnih i svjetlosnih valova. Za vrijeme svog boravka u Pragu Doppler je postao fasciniran uobičajenom no do tada neobjašnjenom pojavom. Kada opažatelj stoji pored željezničke tračnice kojom se približava vlak, Doppler je uočio kako se visina tona zvuka zvižduka vlaka povećava. Kada bi vlak prošao, visina tona bi se smanjila. Povezao je to s dotadašnjim poznavanjem fizike zvuka i valova te zaključio ako se izvor primiče opažatelju, valne fronte zvuka se sabiju, čineći tako višu frekvenciju. Suprotno tome, valne fronte iza izvora koji se kreće se „rastegnu“, udalje jedna od druge, te kao rezultat daju ton niže frekvencije [8].

Doppler je ubrzo razvio i matematički model koji opisuje tu pojavu, te ju je prezentirao 1842. godine.



*Slika 4: Dopplerov efekt na primjeru vlaka koji se giba [20]*

Govoreći o Dopplerovu efektu relativno gibanje između izvora i opažača podijelit ćemo na nekoliko slučajeva. Prvo ćemo razmotriti slučaj relativnog gibanja kada se izvor giba i opažač miruje, a zatim i suprotni slučaj kada izvor mirujete se giba opažač. Oba slučaja sadrže još jednu podjelu, ovisno o tome približava li se ili udaljuje objekt u gibanju od objekta u mirovanju.

Promotrit ćemo također i slučaj kada se oba gibaju. Za svaki navedeni primjer prikazane su matematičke formulacije promjene frekvencije i to kada se gibanje odvija na pravcu, te kada se vektor brzine gibanja nalazi pod određenim kutom s obzirom na vektor koji povezuje izvor i opažača.

### 3.2. Izvod Dopplerovog efekta

Pretpostavimo da se opažač giba brzinom  $v_o$  direktno prema izvoru koji miruje  $v_s = 0$ .

Neka je  $f$  frekvencija izvora,  $\lambda$  valna duljina vala, a  $v$  brzina zvuka.

Kada bi brzina opažača  $v_o = 0$  i izvora  $v_s = 0$  opažena frekvencija bila bi jednaka frekvenciji izvora.

Kada se opažač giba prema izvoru brzina vala u odnosu na opažača je  $v' = v + v_o$ , ali valna duljina  $\lambda$  je nepromijenjena.

Stoga koristeći izraz  $v = \lambda f$  možemo reći da je frekvencija koju čuje opažač povećana i da iznosi:

$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v + v_o}{\lambda}$$

Budući da je  $\lambda = \frac{v}{f}$ ,  $f'$  možemo napisati kao :

$$f' = \left(1 + \frac{v_o}{v}\right)f$$

**(opažač se giba prema izvoru)**

Ukoliko se opažač udaljava od izvora, brzina vala u odnosu na promatrača iznosi

**Ukoliko se opažač udaljava od izvora, brzina vala u odnosu na promatrača iznosi  $v' = v - v_o$** , a frekvencija koju čuje opažač je smanjena i iznosi:

$$f' = \left(1 - \frac{v_o}{v}\right)f$$

**(opažač se udaljava od izvora)**

Općenito, kada god se opažač brzinom  $v_o$  giba prema mirnom izvoru frekvencija koju opažač čuje iznosi:

$$f' = \left(1 \pm \frac{v_o}{v}\right)f$$

pri čemu znak plus vrijedi kada se opažač približava izvoru, a minus kada se opažač udaljava od izvora.

Sada zamislimo da se izvor giba, a opažatelj miruje. Ako se izvor giba direktno prema promatraču, valne fronte koje opažatelj registrira su gušće nego što bi bile da se opažatelj ne giba. Zbog toga je valna duljina  $\lambda'$  koju mjeri opažatelj manja od valne duljine izvora  $\lambda$ .

Tijekom svakog titranja, koje traje jedan period  $T$  izvor prijeđe udaljenost  $v_s T = \frac{v_s}{f}$  i valna duljina je umanjena za taj iznos.

Stoga opažena valna duljina  $\lambda'$  iznosi:

$$\lambda' = \lambda - \Delta\lambda = \lambda - \frac{v_s}{f}$$

Budući da vrijedi:  $\lambda = \frac{v}{f}$ , frekvencija koju čuje opažatelj iznosi:

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda - \frac{v_s}{f}} = \frac{v}{\frac{v}{f} - \frac{v_s}{f}}$$

$$f' = \left( \frac{1}{1 - \frac{v_s}{v}} \right) f$$

Dakle, navedena relacija vrijedi za slučaj kada se izvor giba prema opažatelju, a opažena frekvencija je povećana.

Ukoliko se izvor udaljava od opažatelja, istim postupkom možemo doći do relacije:

$$f' = \left( \frac{1}{1 + \frac{v_s}{v}} \right) f$$

Kombinirajući prethodne dvije jednadžbe možemo prikazati kako se opažena frekvencija mijenja u odnosu na mirujućeg opažatelja i izvor u gibanju:

$$f' = \left( \frac{1}{1 \mp \frac{v_s}{v}} \right) f$$

Konačno, ukoliko se i izvor i opažatelj gibaju, opaženu frekvenciju ćemo dobiti iz relacije:

$$f' = \left( \frac{v \pm v_o}{v \mp v_s} \right) f$$

U jednadžbi gornji znakovi ( $+v_o$  i  $-v_s$ ) odnose se na gibanje izvora i opažatelja jedan prema drugome, a donji znakovi ( $-v_o$  i  $+v_s$ ) odnose se na gibanje izvora i opažatelja jedan od drugoga.

### 3.3. Opažatelj miruje, izvor se giba

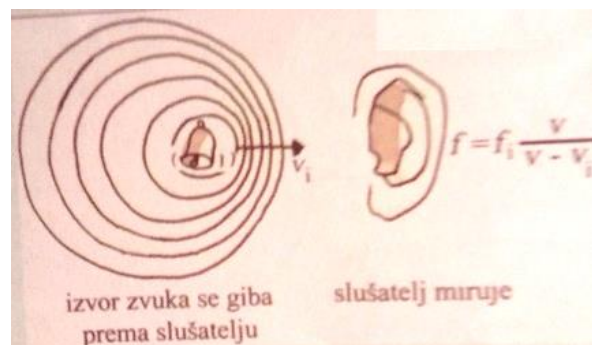
Ako promatramo slučaj u kojem opažatelj miruje, kao što je ranije navedeno moguće su dvije situacije. Prva nam opisuje što se događa kada se izvor približava opažatelju, dok nam druga opisuje promjenu frekvencije koju opažatelj opaža prilikom udaljšavanja izvora od njega.

#### 3.3.1. Izvor se giba prema opažatelju

Kada se izvor zvuka giba u smjeru prema slušatelju brzinom  $v_i$ , u jednoj sekundi do slušatelja dolazi više valnih fronta nego kad izvor miruje [10]. U tom slučaju smanjuje se valna duljina  $\lambda$  dolaznih valova te opažatelj registrira višu frekvenciju nego je izvor odašilje. Frekvencija dolaznih valova koju registrira opažatelj tada iznosi:

$$f_s = f_i \frac{v}{v - v_i} = f_i \frac{1}{1 - \frac{v_i}{v}},$$

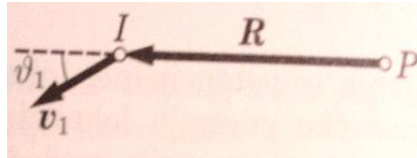
gdje je  $f_s$  frekvencija koju prima opažatelj,  $f_i$  frekvencija koju emitira izvor,  $v$  brzina zvuka u sredstvu te  $v_i$  brzina gibanja izvora.



*Slika 5: Valne fronte zvučnih valova kada se izvor giba prema opažatelju [10].*

Ukoliko je vektor  $v_i$  brzine izvora usmjeren pod nekim kutom  $\theta$  prema vektoru  $R$  koji povezuje opažača i izvor, tada je frekvencija  $f_s$ [7]:

$$f_s = f_i \frac{1}{1 - \frac{v_i \cos \theta}{v}}$$



*Slika 6: Vektorski prikaz relativnog gibanja.[8]*

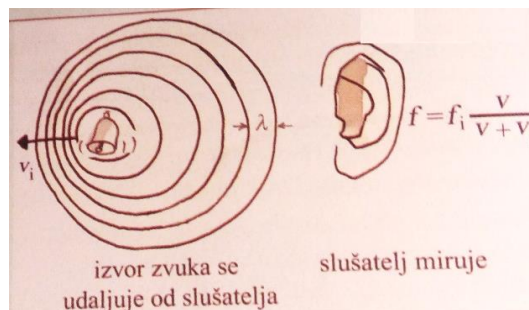
### 3.3.2. Izvor se giba od opažača

Kada se izvor udaljava od opažača brzinom  $v_i$ , u jednoj sekundi do slušatelja dolazi manje valnih fronti nego kad izvor miruje [10]. Udaljavanjem od opažača tako se povećava valna duljina  $\lambda$  dolaznih valova te opažač prima valove niže frekvencije. Frekvencija koju opažač prima tada iznosi:

$$f_s = f_i \frac{v}{v + v_i} = f_i \frac{1}{1 + \frac{v_i}{v}}$$

Kada promatramo vektor  $v_i$  brzine izvora koji je usmjeren pod nekim kutom  $\theta$  prema vektoru  $R$  koji povezuje opažača i izvor, tada je frekvencija  $f_s$ :

$$f_s = f_i \frac{1}{1 + \frac{v_i \cos \theta}{v}}$$



*Slika 7: Valne fronte zvučnih valova kada se izvor giba od opažaču[10].*



### 3.4. Izvor miruje, opažač se giba

Kada promatramo slučaj stacionarnog izvora, Dopplerov efekt pojavljuje se samo u slučajevima kada se opažač giba prema ili od izvora. U tim slučajevima ne dolazi do promjene valne duljine dolaznih valova, nego je varijabla koja se mijenja brzina nailaska valova. Odnosno relativna brzina širenja valnog poremećaja kroz sredstvo jednaka je brzini širenja valova kroz to sredstvo uvećana ili umanjena za brzinu gibanja opažača, ovisno o tome približava li se ili udaljava opažač od izvora.

#### 3.4.1 Opažač se giba prema izvoru

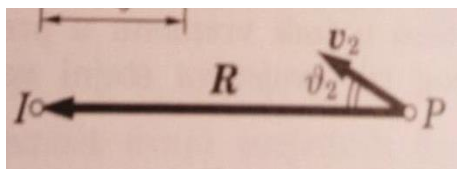
Kada se opažač približava izvoru do njega u sekundi stiže više valova [10], pa se registriraviša frekvencija nadolazećeg valnog poremećaja. Pri tome se relativna brzina zvuka spram opažača povećava te iznosi  $v+v_s$ , gdje je  $v_s$  brzina gibanja opažača prema izvoru. Tada frekvencija koju registrira opažač iznosi:

$$f_s = f \frac{v + v_s}{v} = f \left( 1 + \frac{v_s}{v} \right),$$

gdje je  $f_s$  frekvencija koju prima opažač,  $f$  frekvencija koju emitira izvor,  $v$  brzina zvuka u sredstvu te  $v_s$  brzina gibanja opažača.

Ako je brzina  $v_s$  usmjerena pod nekim kutom  $\theta$  prema vektoru položaja  $R$  koji povezuje opažača sa stacionarnim izvorom tada vrijedi[7]:

$$f_s = f \left( 1 + \frac{v_s}{v} \cos\theta \right).$$



*Slika 8: Vektorski prikaz relativnog gibanja [8]*

### 3.4.2. Opažač se giba od izvora

U slučaju kada se opažač udaljava od stacionarnog izvora, opažač registrira nižu frekvenciju dolaznih valova od frekvencije koju emitira izvor. Prilikom udaljavanja opažača od stacionarnog izvora, do opažača dolazi manji broj valnih fronti u jednoj sekundi nego što bi bio slučaj da i opažač miruje. Relativna brzina širenja valova kroz sredstvo u ovom je slučaju smanjena teiznosiv-v<sub>s</sub>, dok frekvencija koju registrira opažač iznosi:

$$f_s = f \frac{v - v_s}{v} = f \left( 1 - \frac{v_s}{v} \right),$$

gdje je  $f_s$  frekvencija koju prima opažač,  $f$  frekvencija koju emitira izvor,  $v$  brzina zvuka u sredstvu te  $v_s$  brzina gibanja opažača.

U slučaju da je brzina  $v_s$  usmjerena pod nekim kutom  $\theta$  prema vektoru položaja  $R$  koji povezuje opažača sa stacionarnim izvorom tada vrijedi:

$$f_s = f \left( 1 - \frac{v_s}{v} \cos \theta \right).$$

### 3.5. Izvor i opažač se gibaju

Ukoliko promatramo slučaj kada se gibaju i izvor i opažač, možemo promatrati slučajeve kada se međusobno približavaju ili udaljavaju, odnosno slučajeve u kojima se gibaju u suprotnim smjerovima. Ukoliko se gibaju u istom smjeru različitim iznosom brzine, takve slučajeve možemo svesti na prethodno navedene slučajeve kada je ili opažač ili izvor stacionaran, a za relativnu brzinu gibanja među njima uzimamo vektorski zbroj ili razliku njihovih brzina u inercijskom sustavu, ovisno o tome koji od njih ima veći iznos brzine (o iznosu njihovih brzina ovisi i koji slučaj promatramo: sa stacionarnim opažačem ili stacionarnim izvorom). Ukoliko se gibanje izvora i opažača odvija na istom pravcu, tada frekvencija koju registrira opažač iznosi:

$$f_s = f \frac{v + v_s}{v - v_i} = f \frac{1 + \frac{v_s}{v}}{1 - \frac{v_i}{v}},$$

u slučaju kada se opažač i izvor međusobno približavaju, odnosno:

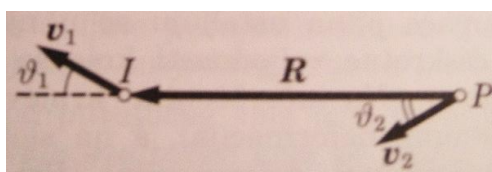
$$f_s = f \frac{v - v_s}{v + v_i} = f \frac{1 - \frac{v_s}{v}}{1 + \frac{v_i}{v}},$$

u slučaju kada se izvor i opažač međusobno udaljavaju po istom pravcu, gdje je  $f_s$  frekvencija koju prima opažač,  $f$  frekvencija koju emitira izvor,  $v$  brzina zvuka u sredstvu,  $v_i$  brzina gibanja izvora te  $v_s$  brzina gibanja opažača.

Ukoliko se gibanje ne odvija na istom pravcu, već vektori brzine izvora i brzine gibanja opažača zatvaraju kutove  $\theta_i$  i  $\theta_s$  sa pravcem koji spaja položaje izvora i opažača tada frekvencija koju registrira opažač iznosi:

$$f_s = f \frac{1 + \frac{v_s}{v} \cos \theta_s}{1 + \frac{v_i}{v} \cos \theta_i},$$

gdje su prikazane brzine izražene kao vektori.

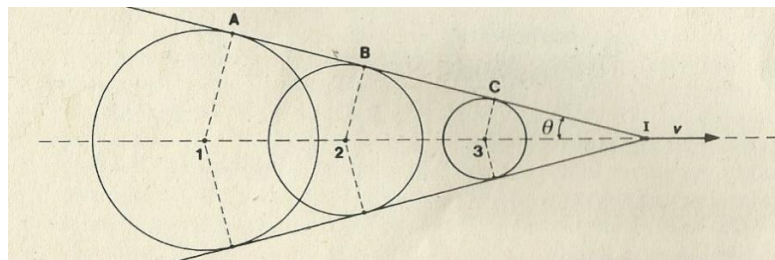


*Slika 9: Vektorski prikaz relativnog gibanja [8]*

### 3.6. Konusni udarni val

U dosadašnjim slučajevima promatrali smo pojavu Dopplerova efekta na primjerima kada je brzina izvora vala manja od brzine širenja vala, odnosno slučajeve u kojima je relativna brzina gibanja izvora i opažača manja od brzine vala. Ipak, moguć je i slučaj kada brzina izvora, ili relativna brzina izvora i opažača, nadmaši brzinu širenja vala, odnosno kada je  $v_i > v$ . U takvim uvjetima, val se ne može širiti ispred izvora jer je brzina izvora veća te u svakom trenutku „dostiže“ čeonu valnu frontu i prestiže ju. Zbog toga se izvor stalno nalazi na samoj fronti poremećaja, odnosno na čelu vala i stvara se karakterističan tip vala – konusni udarni val ili čeon val. Ukoliko govorimo o zvučnim valovima, često se takav karakterističan oblik vala naziva i Machov stožac.

Karakterističan oblik udarnog vala ovisi o brzini izvora. U idealiziranom slučaju taj oblik poprima oblik plašta stošca, odnosno konusni oblik, što je vidljivo na slici 10.



*Slika 10: Karakterističan konusni oblik udarnog vala [10]*

Na slici se izvor vala I konstantno giba brzinom  $v_i > v$ . Ukoliko promatramo gibanje kroz nekoliko trenutaka, vidimo da se kuglasti val nastao u točki 1 širi jednoliko na sve strane prostora. Dok fronta vala dođe do točke A na slici, izvor se već nalazi u točki I. Analogno promatramo i val emitiran u točkama 2 i 3 te njihove pripadajuće fronte u točkama B i C u trenutku kada se izvor nalazi u točki I. Budući da izvor emitira kuglaste valove, iz svake točke na osi 1-I, obujmica svih kuglastih valova čini plašt stošca [9], odnosno konus.

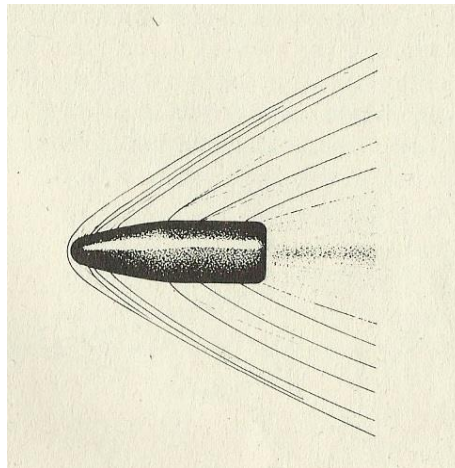
Vrh takvog stošca uvijek je u položaju izvora, odnosno u točki I. Konusni udarni val, osim karakterističnog oblika ima još jednu značajnu karakteristiku, a to je kut  $\theta$  stošca. Taj je kut određen brzinom širenja vala i brzinom izvora. Ukoliko promotrimo sliku 10 možemo vidjeti da vrijedi slijedeće:

$$\sin\theta = \frac{\bar{1}A}{\bar{1}l} = \frac{\bar{2}B}{\bar{2}l} = \frac{\bar{3}C}{\bar{2}l}$$

$$\sin\theta = \frac{vt}{v_i t} = \frac{v}{v_i}$$

Omjer  $v_i/v$  naziva se još i Machovim brojem ( $Ma$ ) ili naprosto mahom [9].

Ovaj omjer često se upotrebljava u svojstvu mjerne jedinice pa tako često za avione koji putuju brzinom većom od brzine zvuka kažemo da putuju brzinom većom od jednog maha, što je upravo brzina zvuka.



*Slika 11: Prikaz konusa zvučnih valova metka koji se kreće brzinom većom od jednog maha [10]*

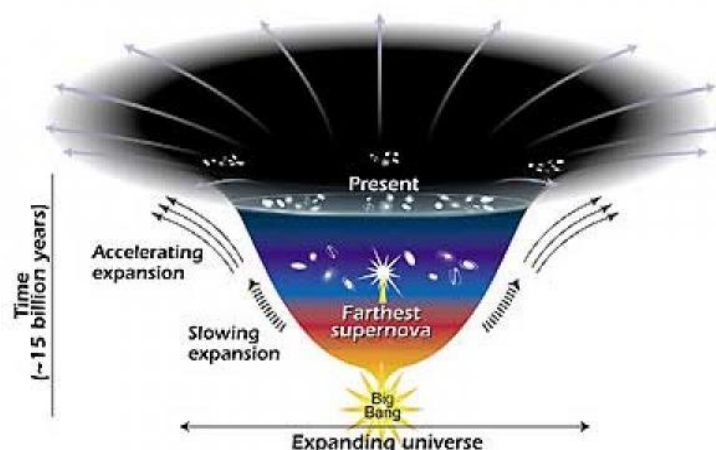
### 3.7. Relativistički Dopplerov efekt

Do sada smo se zadržavali uglavnom na proučavanju Dopplerovog efekta pri relativno malim brzinama u odnosu na brzinu svjetlosti. Ukoliko promatramo gibanje pri brzinama koje se mogu usporediti s brzinama svjetlosti, odnosno ukoliko promatramo Dopplerov efekt na elektromagnetskim valovima svjetlosti, klasična mehanika ne nudi nam potpuno rješenje. Stoga je pri takvim brzinama nužno uključiti i relativističku dilataciju vremena te je konačni rezultat efekta spoj klasične mehanike gibanja, odnosno klasično-mehaničkog efekta i relativističke dilatacije vremena. Drugi aspekt koji treba naglasiti pri razlikovanju relativističkog od klasičnog Dopplerovog efekta je prešutno impliciranje da u ovom slučaju ne postoji medij poput zraka već se elektromagnetski val širi kao titranje polja u prostoru [16].

U tom slučaju opažena frekvencija iznosi:

$$f_s = f \frac{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 + \frac{v}{c}}}$$

Ovaj izraz omogućuje određivanje brzina kojima se svemirski objekti udaljavaju od promatrača. Današnja opažanja analizirana kroz relativistički Dopplerov efekt indiciraju ispravnost teorije velikog praska te činjenicu da se udaljeniji objekti udaljavaju brže od bližih.



Slika 12: Brzina udaljavanja objekata u svemiru [16].

## **4. Primjena Dopplerovog efekta u svakodnevnom životu**

Pojava Dopplerovog efekta i njegova implementacija u svakodnevni život često nije jasna. Osim uobičajenog i lako uočljivog primjera Dopplerova efekta na primjerima nadolazećih vozila ili onih koja se udaljavaju, pojave udarnog vala kada primjerice zrakoplov „probija zvučni zid“, odnosno doseže brzinu od jednog maha i sličnih slučajeva, danas često zanemarujemo druge primjene koje na prvi pogled, pogotovo laicima u određenim područjima, nisu lako uočljivo. Razvoj tehnologije omogućio nam je široku primjenu Dopplerova efekta u brojnim sferama i brojnim zanimanjima današnjice. Svakodnevnu primjenu Dopplerova efekta možemo uočiti u medicini, pomorstvu, astronomiji, zračnom prometu na primjeru radara, cestovnom prometu na primjeru određivanja brzine, industriji i brojnim drugim ljudskim zanimanjima. Korištenje ovog efekta razvojem tehnologija u svim nabrojanim granama omogućava nam bolje razumijevanje i lakše uočavanje niza donedavno nepoznatih stvari.

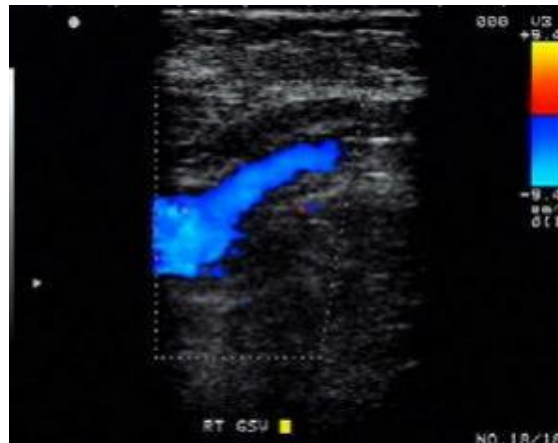
Opisivanje brojnih primjera Dopplerov efekta moglo bi postati besmisleno, jer kao što je vidljivo, gotovo u svakom aspektu života, bilo vezano za određena zanimanja ili svakodnevne situacije donose nam susret s ovom pojavom. Stoga će u ovom poglavlju biti određeno samo nekoliko važnijih primjena Dopplerova efekta koji su utjecali na naše razumijevanje okoline počevši od ljudskog tijela pa do daljina svemira koji nas okružuje.

### **4.1. Ultrazvuk i Dopplerov efekt**

Kada govorimo o ultrazvuku, obično prva pomisao bude na korištenje ultrazvuka u medicini za dijagnostiku. Najpoznatija primjena je kod pregleda ploda trudnice i svakako većina ljudi pomisli upravo na to. Iako ultrazvuk ima široku primjenu koja nije ograničena samo na medicinske preglede, primjene vezane uz Dopplerov efekt kriju se upravo u tom području. Ipak poveznicu ultrazvuka i Dopplerovog efekta možemo pronaći i u drugim ljudskim djelatnostima, kao što je ribarstvo i uporaba Doppler-sonara za otkrivanje jata riba. Također, korištenje ultrazvuka svakodnevno se odvija pomoću radara, gdje se također primjenjuje i Dopplerov efekt za određivanje brzine gibanja određenih objekata. A i na cestovnim prometnicama također svakodnevno možemo uočiti policijske „radare“ kojim se bilježi brzina vozila. Premda ne pripada svakodnevnoj ljudskoj primjeni, Dopplerov efekt i ultrazvuk povezujemo s određenim životinjama i njihovom sposobnosti da odrede izgled njihove okoline i položaj njihovog plijena koji se kreće. U toj skupini možemo izdvojiti šišmiše, neke vrste dupina i veliki broj životinja dubokih mora.

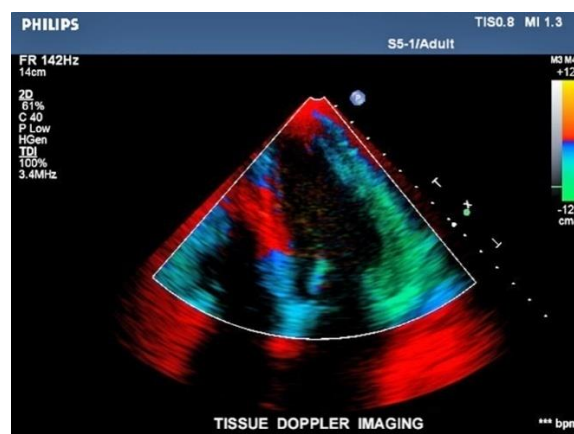
#### 4.1.1. Medicinski ultrazvuk

Dopplerov efekt u medicinskoj dijagnostici koristi se u brojnim pretragama. Izvor ultrazvuka usmjerava se prema pokretnim reflektorima i mjeri se razlika odaslane i reflektirane frekvencije. Ovakva primjena najlakše je uočljiva na primjeru dijagnosticiranja brzina i karakteristika protoka krvi.



*Slika 13: Dopplerov efekt u promatranju vene [12]*

Dopplerov efekt može se pri ovakvim pretragama upotrebljavati na nekoliko načina. Ultrazvuk se može kontinuirano odašiljati i primati, ili pak u kratkim impulsima [12]. Razvoj tehnologije i napredak omogućio nam je i napredak u ultrazvučnoj dijagnostici. Tako je do danas razvijeno nekoliko različitih uređaja i vrsta pretraga koje se baziraju na Dopplerovom efektu: Doppler Duplex, CW (Continuous wave) Doppler, PW (Pulse wave) Doppler, Color Doppler, Power Doppler, Tissue Doppler, 3D i 4D ultrazvuk.

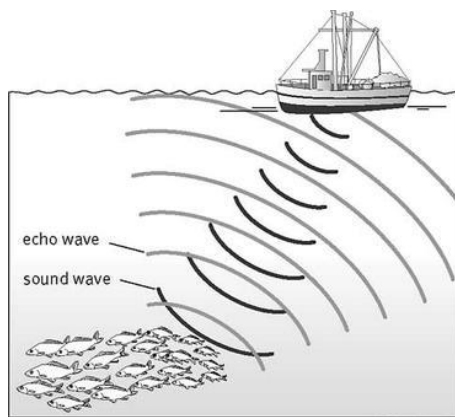


*Slika 14: Prikaz dijagnoze pomoću Tissue Dopplera [12].*

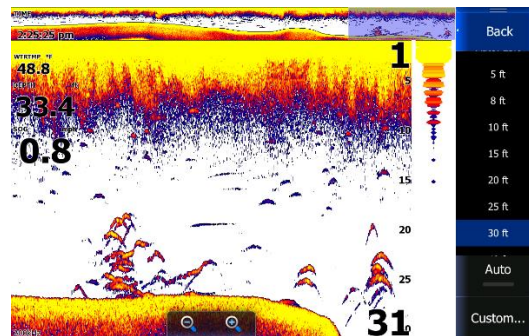


#### 4.1.2. Doppler-sonar

Doppler-sonar koristi se u pomorstvu, ponajviše u modernom ribarstvu. Pomoću Doppler-sonara, pomorci/ribari osim što su u mogućnosti snimiti dno, također korištenjem Dopplerovog efekta u mogućnosti su odrediti i smjer i brzinu kretanja ribe. Princip rada je vrlo jednostavan. Odaslan signal putuje te se reflektira od podvodne prepreke. Ukoliko prepreka miruje, računalo generira sliku morskog dna, znajući vrijeme potrebno da se reflektirani val vrati do prijemnika na brodu. Isto se događa i ukoliko se objekt ispod površine vode kreće. U tom slučaju računalo primjenjuje Dopplerov efekt preko promjene frekvencije reflektiranog vala te određuje brzinu i smjer kretanja objekta. Ista tehnologija koristi se i u vojne svrhe za otkrivanje podmornica i ostalih objekata.



*Slika 15: Primjena Doppler-sonara u ribarstvu[18].*



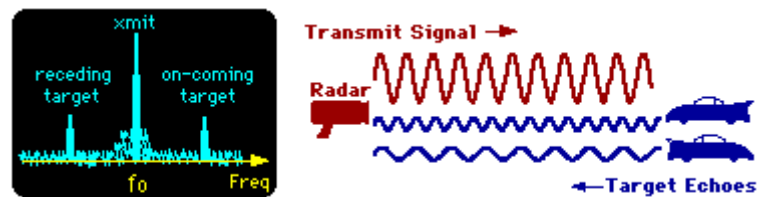
*Slika 16: Prikaz snimke Doppler-sonara[18].*

#### 4.1.3. Radar

Rad radara zasniva se na istom principu kao i rad sonara. Izvor odašilje ultrazvučne valove koji nailaskom na prepreku se reflektiraju i vraćaju nazad do prijamnika. Računalo zatim pomoću promjene frekvencije i korištenjem izraza za Dopplerov efekt određuje smjer i brzinu gibanja objekta te grafički prikazuje snimku na zaslonu. Radar se svakodnevno koristi u civilnom zračnom prometu, a također i je od iznimne važnosti i njegova vojna primjena.

Veliki značaj u cestovnom prometu radar ima prilikom kontrole brzine vozila. Policijski službenici diljem svijeta koriste radare za određivanje brzine vozila čiji se rad temelji upravo na Dopplerovom efektu.

Policijski prometni radar emitira nemodulirani kontinuirani val i mjeri frekvencijski pomak reflektiranog vala. Što je veća brzina kretanja vozila, veći je i frekvencijski pomak.



*Slika 17: Rad policijskog radara [17].*



*Slika 18: Radarski prikaz civilnog zračnog prometa [17].*

Radari se također koriste i u astronomiji za snimanje površina drugih planeta Sunčevog sustava te u meteorologiji. U meteorologiji služe za lociranje oborina i oblaka u atmosferi i njihovo gibanje te dobivanje trodimenzionalne slike određenog područja i utvrđivanje moguće opasnosti za objekte na tlu i u zraku [13].

## 4.2. Dopplerov efekt u astronomiji

Prilikom astronomskih promatranja često moramo zanemariti klasični oblik Dopplerovog efekta te koristiti relativistički. Prilikom promatranja promatramo emitirane spektralne linije objekta te određujemo njegovu kretnju. Ukoliko se izvor valova svjetlosti udaljava od opažača (ili se analogno opažač udaljava od izvora) opažač mjeri veću valnu duljinu  $\lambda'$  valova svjetlosti od one  $\lambda$  koju bi emitirao izvor koji miruje u odnosu na opažača. U tom slučaju dolazi do pomaka spektralnih linija prema području spektra veće valne duljine, što u vidljivom dijelu spektra znači pomak prema crvenom. To se još naziva i crveni pomak.

Prilikom međusobnog približavanja opažača i izvora, spektralnu liniju laboratorijske valne duljine  $\lambda$  opažač će mjeriti  $\lambda'$  pomaknutu prema kraćim valnim duljinama [14], odnosno prema plavom dijelu spektra.

Brzina je svemirskog tijela pozitivna ako se ono udaljava od promatrača, a negativna ako mu se približava [14]. Promjena valne duljine u odnosu na valnu duljinu mirnog izvora odnosi se kao relativna brzina izvora prema brzini svjetlosti, odnosno:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c},$$

gdje je  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ .

### 4.2.1. Crveni pomak

Iznos crvenog pomaka analizom spektra odnosi se kao omjer relativne brzine opažač-izvor i brzine svjetlosti, odnosno:

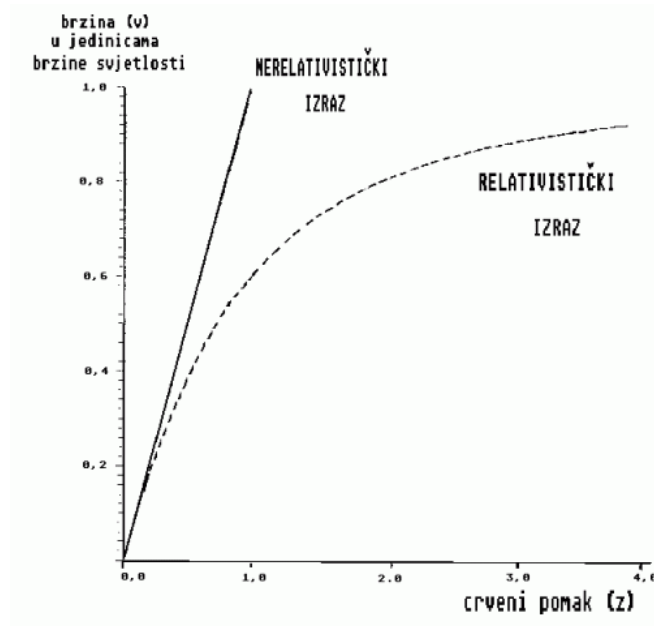
$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}.$$

U slučaju male vrijednosti za crveni pomak, odnosno kod nerelativističkih brzina, brzina udaljavanja  $v$  može se izračunati iz klasičnog izraza za Dopplerov efekt:

$$z = \frac{v}{c}.$$

Kod brzina bliskih brzini svjetlosti nužno je primijeniti relativistički izraz:

$$z = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1.$$



**Slika 19:** Ovisnost udaljavanja o crvenom pomaku za nerelativistički i relativistički slučaj [19]

## **5. Zaključak**

Pojava Dopplerova efekta nastala zbog relativnog gibanja između izvora i opažača svakodnevna je pojava koja je ostala nerazjašnjena do 19. stoljeća. Nakon pojašnjenja ovog efekta, i razvojem tehnologije brzo se uvidjela mogućnost njezine primjene. Danas je korištenje uređaja čiji je rad koncipiran na pojavi Dopplerovog efekta svakodnevan i uobičajen, no ipak većina ljudi nije upoznata sa stvarnim uzrokom i stvarnim principom koji se krije u naizgled uobičajenim uređajima iz svakodnevne primjene. Kao što je vidljivo u radu, danas ne možemo zamisliti upravljanje prometom, nadasve zračnim, modernu medicinu, današnja vojna djelovanja, proizvodnju i brojna druga područja ljudskog djelovanja bez tehnologija zasnovanih upravo na ovoj pojavi. Iako možemo tvrditi da se većina ljudi susrela s ovim efektom i da je čula za njega, možemo pretpostaviti da je zapravo relativno mali broj osoba koje znaju objasniti uzrok i posljedice koja dovodi do pojave Dopplerova efekta.

## 6. Literatura

- [1] Antunović, Ž. *Specijalna teorija relativnosti: Skripta iz kolegija Elektrodinamika II*, Sveučilište u Splitu, str. 20-24. URL: <http://www.pmfst.unist.hr/~zeljko/STR.pdf> (dostupno 24.09.2015.)
- [2] Burns, D. M.; MacDonald, S. G. G. *Fizika za biologe i medicinare*, Zagreb, Školska knjiga, str. 208-210.
- [3] Christian Doppler, 2015. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Christian\\_Doppler](https://en.wikipedia.org/wiki/Christian_Doppler) (dostupno 07.07.2015.)
- [4] Coulson, C. A. *Waves: A mathematical approach to the common types of wave motion*, London, Longman Group Limited, 1977., str. 149-150.
- [5] Dopplerov efekt. Ultrazvuk,  
URL: [http://adria.fesb.hr/~zmlitic/Fizika%202/5.%20Dopplerov%20efekt.%20Ultrazvuk.%20Uvod%20u%20elektromagnetizam/Fizika2\\_Razlikovni\\_Predavanje5.pdf](http://adria.fesb.hr/~zmlitic/Fizika%202/5.%20Dopplerov%20efekt.%20Ultrazvuk.%20Uvod%20u%20elektromagnetizam/Fizika2_Razlikovni_Predavanje5.pdf) (dostupno 24.09.2015.)
- [6] Faj, Z. *Pregled povijesti fizike*, Osijek, Pedagoški fakultet, 1999., str. 107.
- [7] Javorski, B. M.; Detlaf, A. A. *Priručnik iz fizike*, Zagreb, Tehnička knjiga, 2008., str. 229-230.
- [8] Knight, J. *Science of everyday things: Real-life physics*, Boston, Gale group, 2002., str. 301-307.
- [9] Krsnik, R.; Mikuličić, B. *Fizika: Međudjelovanja, relativnost, titranja i zvuk*, Zagreb, Školska knjiga, 1992., str. 203-210.
- [10] Paar, V. *Fizika 3: Udžbenik za treći razred gimnazije*, Zagreb, Školska knjiga, str. 62-66.
- [11] Paić, M. *Gibanja, sile, valovi*, Zagreb, Školska knjiga, 1997., str. 472-479.
- [12] Pecušak, M. *Primjena ultrazvuka u medicini*, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilište u Zagrebu, URL: [https://www.fsb.unizg.hr/ndt/stud/radovi/M\\_Pecusak.pdf](https://www.fsb.unizg.hr/ndt/stud/radovi/M_Pecusak.pdf) (dostupno 24.09.2015.)

- [13] Radar, URL:<http://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=51409> (dostupno 24.09.2015.)
- [14] Šepić, R. J. *Spektroskopija zvijezda*, E-škola astronomije, str. 2-3. URL:  
<http://www.gimpoz.hr/repos/files/1351250918spektroskopija-zvijezda.pdf> (dostupno 24.09.2015.)
- [15] URL: <http://www.ultrazvuk.hr/nacini-rada-ultrazvuka/> (dostupno 24.09.2015.)
- [16] URL: [www.phy.pmf.unizg.hr/~mfuric/of1/pomoc26.doc](http://www.phy.pmf.unizg.hr/~mfuric/of1/pomoc26.doc) (dostupno 24.09.2015.)
- [17] URL: [http://speed.g-zona.hr/Nacin\\_Rada.htm](http://speed.g-zona.hr/Nacin_Rada.htm) (dostupno 24.09.2015.)
- [18] URL: <http://www.dictionary.com/browse/sonar> (dostupno 24.09.2015.)
- [19] URL: <http://eskola.zvjezdarnica.hr/osnove-astronomije/kozmiologija/kozmiolosko-nacelo-hubbleov-zakon/> (dostupno dana 23.09.2015.)
- [20] <http://www.scienceclarified.com/Di-El/Doppler-Effect.html> (dostupno dana 1.10.2016.)
- )

## **7. Životopis**

Zovem se Marina Vakula. Rođena sam 08.12.1993. godine u Osijeku. Trenutno živim u Bilju, gdje sam završila osnovnu školu s odličnim uspjehom. Nakon završetka osnovne škole upisujem III. gimnaziju u Osijeku, koju sam završila 2012. godine. Iste godine upisujem preddiplomski studij fizike na Odjelu za fiziku u sklopu Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku.